SECOND DEGRE REVISIONS CORRIGES

1.
$$f(x) = 2(x-3)^2 + 6$$
$$= 2(x^2 - 6x + 9) + 6$$
$$= 2x^2 – 12x + 18 + 6$$
$$= 2x^2 – 12x + 24$$

2.
$$f(x) = -5(x+1)^2 - 2$$
$$= -5(x^2 + 2x + 1) – 2$$
$$= -5x^2 - 10x – 5 – 2$$
$$= -5x^2 – 10x – 7$$

3.
$$f(x) = 5(x-8)^2 – 16$$
$$= 5(x^2 – 16x + 64) – 16$$
$$= 5x^2 – 80x + 320 – 16$$
$$= 5x^2 – 80x + 304$$

4.
$$f(x) = -3(x-1)^2 + 4$$
$$= -3(x^2 – 2x + 1) + 4$$
$$= -3x^2 + 6x – 3 + 4$$
$$= -3x^2 + 6x + 1$$

Correction Exercice 2

1. On a $f(x) = 3\left(x – (-1)^2\right)^2 – 12$.
   Donc le sommet de la parabole a pour coordonnées $(-1; -12)$.

2. L'axe de symétrie est donc la droite d'équation $x = -1$.

3. $f(1) = 3 \times 2^2 – 12 = 12 – 12 = 0$.

4. Puisque la droite d'équation $x = -1$ est un axe de symétrie et que $f(1) = 0$ alors l'autre réel a tel que $f(a) = 0$ vérifie $\frac{a+1}{2} = -1$ soit $a = -3$.
   Par conséquent l'abscisse du second d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses est -3.

5. On cherche donc à écrire $f(x)$ sous la forme $f(x) = a(x – x_0)(x – x_1)$.
   On sait que $f(1) = f(-3) = 0$ donc $f(x) = a(x – 1)(x + 3)$.
   Il reste à trouver la valeur de a.
   On sait que $f(-1) = -12$. Or $f(-1) = a(-2) \times 2 = -4a$.
   Par conséquent $-4a = -12$ soit $a = 3$
   Donc $f(x) = 3(x-1)(x+3)$.

Correction Exercice 3

1. On lit $S(-3,5; 4,5)$

2. On lit que les solutions de $f(x) = 0$ sont -5 et -2.

3. On a ainsi $f(x) = a\left(x - (-5)\right)\left(x - (-2)\right) = a(x+5)(x+2)$.
   On sait que $f(-3,5) = 4,5$. Or $f(-3,5) = a \times 1,5 \times (-1,5)$
   Donc $-2,25a = 4,5$ soit $a = -2$.

   Par conséquent $f(x) = -2(x+5)(x+2)$

Correction Exercice 4

1. Puisque $\frac{1}{3} > 0$ alors la fonction du second degré f est décroissante sur $]-\infty; 2]$ et croissante sur $[2; +\infty[$.

2.
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(x–2)^2–12 = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(x–2)^2 = 12$$
$$\Leftrightarrow (x–2)^2 = 36$$
$$\Leftrightarrow x–2 = 6 \text{ ou } x–2 = -6$$
$$\Leftrightarrow x = 8 \text{ou } x = -4$$
Les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont donc -4 et 8.

3. On obtient ainsi le tableau suivant :

x	$-\infty$		-4		2		8		$+\infty$
f		$\searrow$	0	$\searrow$	-12	$\nearrow$	0	$\nearrow$	

Ce qui nous permet de donner le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-4		8		$+\infty$
f		$+$	0	$-$	0	$+$	

Correction Exercice 5

Puisque $S(-4; -2)$, on sait que $f(x)$ va s'écrire sous la forme $f(x) = a(x+4)^2–2$.
On sait de plus que $f(0) = 78$
or $f(0) = a \times 4^2–2 = 16a–2$
Par conséquent $16a–2 = 78 \Leftrightarrow 16a = 80 \Leftrightarrow a = 5$

Donc $f(x) = 5(x+4)^2–2$

Correction Exercice 6

Première méthode : en recherchant une identité remarquable

1.
$$f(x) = 4x^2 - 8x + 11$$
$$= 4\left(x^2 - 2x + \frac{11}{4}\right)$$
$$= 4\left(x^2 - 2x + 1–1 + \frac{11}{4}\right)$$
$$= 4\left((x-1)^2 + \frac{7}{4}\right)$$
$$= 4(x-1)^2 + 7$$

2.
$$f(x) = -x^2 - 4x - 3$$
$$= -(x^2 + 4x + 3)$$
$$= -(x^2 + 4x + 4 - 4 + 3)$$
$$= -\left((x+2)^2 - 1\right)$$
$$= -(x+2)^2 + 1$$

3.
$$f(x) = 9x^2 - 18x + 7$$
$$= 9\left(x^2 - 2x + \frac{7}{9}\right)$$
$$= 9\left(x^2 - 2x + 1 - 1 + \frac{7}{9}\right)$$
$$= 9\left((x-1)^2 - \frac{2}{9}\right)$$
$$= 9(x-1)^2 - 2$$

4.
$$f(x) = 16x^2 - 96x + 149$$
$$= 16\left(x^2 - 6x + \frac{149}{16}\right)$$
$$= 16\left(x^2 - 6x + 9 - 9 + \frac{149}{16}\right)$$
$$= 16\left((x-3)^2 + \frac{5}{16}\right)$$
$$= 16(x-3)^2 + 5$$

Deuxième méthode : en recherchant les coordonnées du sommet

1. $f(x) = 4x^2 - 8x + 11$
   On a $a = 4$, $b = -8$ et $c = 11$
   Par conséquent $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-8}{8} = 1$
   et $\beta = f(\alpha) = f(1) = 4 - 8 + 11 = 7$
   Par conséquent $f(x) = 4(x-1)^2 + 7$

2. $f(x) = -x^2 - 4x - 3$
   On a $a = -1$, $b = -4$ et $c = -3$
   Par conséquent $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-4}{-2} = -2$
   et $\beta = f(\alpha) = f(-2) = -(-2)^2 - 4 \times (-2) - 3 = 1$
   Par conséquent $f(x) = -((x-(-2))^2 + 1 = -(x+2)^2 + 1$

3. $f(x) = 9x^2 - 18x + 7$
   On a $a = 9$, $b = -18$ et $c = 7$
   Par conséquent $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-18}{18} = 1$
   et $\beta = f(\alpha) = f(1) = 9 - 18 + 7 = 2$
   Par conséquent $f(x) = 9(x-1)^2 + 2$

4. $f(x) = 16x^2 - 96x + 149$
   On a $a = 16$, $b = -96$ et $c = 149$
   Par conséquent $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-96}{32} = 3$
   et $\beta = f(\alpha) = f(3) = 16 \times 3^2 - 96 \times 3 + 149 = 5$
   Par conséquent $f(x) = 16(x-3)^2 + 5$