

**FICHE 3 : Signe du trinôme. Inéquations du second degré**

**1°) Signe du trinôme**

**ACTIVITE 4 P 83**

**Propriété 5 (règle sur le signe du trinôme)**

$f(x) = ax^2 + bx + c$  avec  $a \neq 0$ .  $\Delta = b^2 - 4ac$  le discriminant de  $f$ .

• **Si  $\Delta > 0$**

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$
signe de $f(x)$	$sg(a)$	$0$	$sg(-a)$	$sg(a)$

(en supposant par exemple ici que  $x_1 < x_2$  sinon on aurait  $x_2$  avant  $x_1$  dans le tableau)

• **Si  $\Delta = 0$**

$x$	$-\infty$	$x_0$	$+\infty$
$f(x)$	$sg(a)$	$0$	$sg(a)$

• **Si  $\Delta < 0$**

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$sg(a)$	

**Remarque :** en clair si  $\Delta > 0$  : ... et si **a positif** (rappel : **a** est le nombre « qui est devant  $x^2$  ») alors

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	+	0	-	0	+

**...Et si a négatif**

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	-	0	+	0	-

**Exemples :**

$f(x) = x^2 + 2x - 3$ $a = 1$ donc c'est le cas où $a$ positif $\Delta = 16$ $x_1 = -3$ $x_2 = 1$ ici $-3 < 1$ donc <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-3</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td align="center">+</td> <td align="center">0</td> <td align="center">-</td> <td align="center">0</td> <td align="center">+</td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$-3$	$1$	$+\infty$	$f(x)$	+	0	-	0	+	$g(x) = 4x^2 + 4x + 1$ $a = 4$ donc c'est le cas où $a$ positif $\Delta = 0$ $x_0 = -\frac{1}{2}$ <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\frac{1}{2}</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td align="center">+</td> <td align="center">0</td> <td align="center">+</td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$f(x)$	+	0	+	$h(x) = -x^2 + 5x + 6$ $a = -1$ donc c'est le cas où $a$ négatif $\Delta = 49$ $x_1 = 6$ $x_2 = -1$ ici $-1 < 6$ donc <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>6</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td align="center">-</td> <td align="center">0</td> <td align="center">+</td> <td align="center">0</td> <td align="center">-</td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$-1$	$6$	$+\infty$	$f(x)$	-	0	+	0	-	$I(x) = -2x^2 + 5x + 8$ $a = -2$ donc c'est le cas où $a$ négatif $\Delta = -39$ <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td align="center" colspan="2">-</td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$+\infty$	$f(x)$	-	
$x$	$-\infty$	$-3$	$1$	$+\infty$																																			
$f(x)$	+	0	-	0	+																																		
$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$																																				
$f(x)$	+	0	+																																				
$x$	$-\infty$	$-1$	$6$	$+\infty$																																			
$f(x)$	-	0	+	0	-																																		
$x$	$-\infty$	$+\infty$																																					
$f(x)$	-																																						

**2°) Résolution d'inéquations.**

**a) Méthode :** étape 1 : on étudie le signe du trinôme donné dans un tableau d'après le théorème sur le signe du trinôme  
 étape 2 : En lisant le tableau on peut alors résoudre l'inéquation.

**b) Exemples :**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

$x^2 + 2x - 3 \geq 0$	$4x^2 + 4x + 1 > 0$	$-x^2 + 5x + 6 > 0$	$-2x^2 + 5x + 8 \geq 0$
On effectue l'étude ci-dessus Et on a $S = ]-\infty; -3] \cup [1; +\infty[$	On effectue l'étude ci-dessus Et on a $S = \mathbb{R} \setminus \{0\} = \mathbb{R}^*$	On effectue l'étude ci-dessus Et on a $S = ]-1; 6[$	On effectue l'étude ci-dessus Et on a $S = \emptyset$

**3°) Interprétation graphique**

On suppose ici que  $x_1 < x_2$  si  $\Delta > 0$

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
<b>COURBE avec <math>a &gt; 0</math></b> « courbe à l'endroit »			
<b>SIGNE</b>	+   0   -   0   +	+   0   +	+
<b>COURBE avec <math>a &lt; 0</math></b> « courbe à l'envers »			
<b>SIGNE</b>	-   0   +   0   -	-   0   -	-

**Exercices :** Donner dans chaque cas le signe du trinôme  $f(x)$  à l'aide de sa courbe.

<p>a</p> <p>-0.5   2</p> <p>-   0   +   0   -</p>	<p>b</p> <p>-1   4</p> <p>+   0   -   0   +</p>	<p>c</p> <p>+</p>
<p>d</p> <p>-</p>	<p>e</p> <p>2</p> <p>-   0   -</p>	<p>f</p> <p>0.5</p> <p>+   0   +</p>