FONCTIONS

I-GENERALITES

1°) Notion de fonction

Sur les calculatrices les touches $\boxed{x^2}$, $\boxed{\sqrt{}}$, $\boxed{x^{-1}}$, $\boxed{\cos}$, $\boxed{\ln}$ sont des touches de fonctions.

Si ,par exemple, on veut la valeur approchée de $\frac{1}{3}$ on tape successivement les touches $\boxed{3}$ $\boxed{x^{-1}}$

(shift «) »pour les casio) on obtient alors à l'écran le résultat $\boxed{0.3333333333}$

Ce résultat est **l'image** de 3 par la fonction $[x \mapsto \frac{1}{x}]$

Par contre si on tape $\boxed{0}$ puis $\boxed{x^{-1}}$ on obtient un message d'erreur. En effet 0 n'est pas un élément de ce qu'on appelle **l'ensemble de définition** de la fonction $[x \mapsto \frac{1}{x}]$ .La fonction $[x \mapsto \frac{1}{x}]$ est définie pour tout réel x non nul, son ensemble de définition est donc R\{0} noté aussi R*.

Remarque : l'ensemble de définition d'une fonction f est souvent noté D_f

Exercices d'application

1- Soit f la fonction définie sur [1 ;14] par f(x)= $\frac{1}{x} + 3$.

a) Déterminer les valeurs exactes de f(1), de f(2) et de f(10) **sans l'aide de la calculatrice**.
b) Vérifier votre résultat à l'aide de la calculatrice.
c) Déterminer quand cela est possible l'image de 0 par f puis celle de 4 par f.

……….

……….

………..

2- Soit f la fonction définie sur [-2 ;14] par f(x)= $\frac{1}{x+3}$

a) Déterminer les valeurs exactes de f(-1),de f(0) et de f(9) sans l'aide de la calculatrice.
b) Vérifier votre résultat à l'aide de la calculatrice (On fera attention en rentrant la formule de la fonction dans la calculatrice)
c) Déterminer quand cela est possible l'image de -3 par f puis celle de 5 par f.

……….

……….

………..

2°) Définitions

Soit D $_f$ un ensemble de réels.

Définir une FONCTION f sur D $_f$, **c'est associer à chaque nombre x de D $_f$ un UNIQUE nombre y.**

D$_f$ s'appelle l'ENSEMBLE DE DEFINITION de la fonction

Le NOMBRE y s'appelle L'IMAGE de x par la fonction f ; il se note f(x) on lit « f de x »

Le NOMBRE x s'appelle UN ANTECEDENT de y.

On écrit : $D_f \to R$

$x \mapsto f(x)$

Remarques importantes :
Un nombre x de D$_f$ admet une **IMAGE UNIQUE** y

Mais une image y peut avoir plusieurs antécédents.

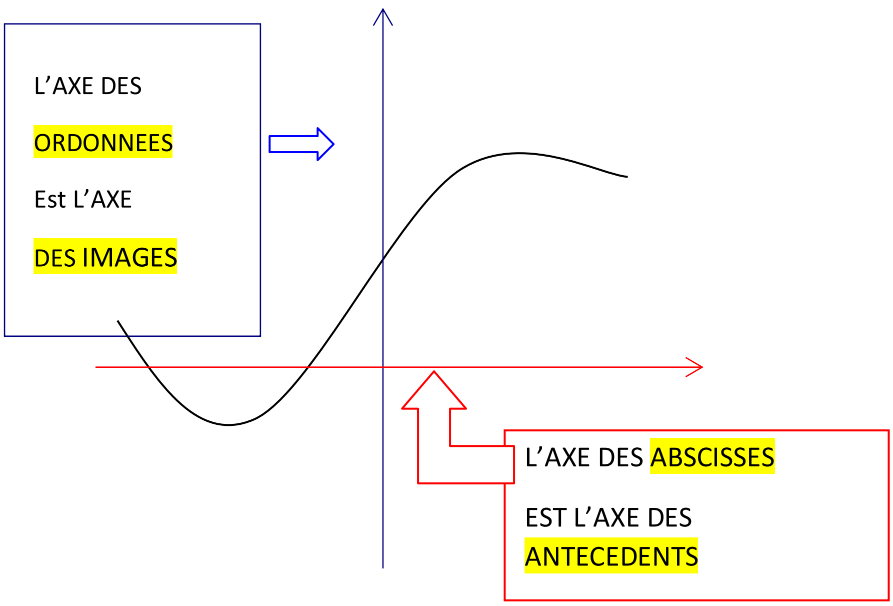
3°) Représentation graphique.
On munit le plan d'un repère (O, I, J)

L'ensemble des points M de coordonnées **(x ; f(x))**

où x *appartient à l'ensemble de définition de f* est

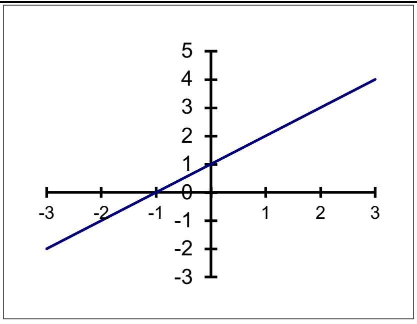
la courbe représentative de la fonction f notée C_f.

L'équation réduite de la courbe C_f est $y=f(x)$ où x est un élément de D$_f$.

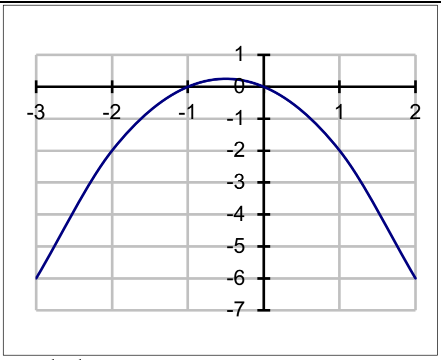


a)Exemples de courbes représentatives de fonctions :

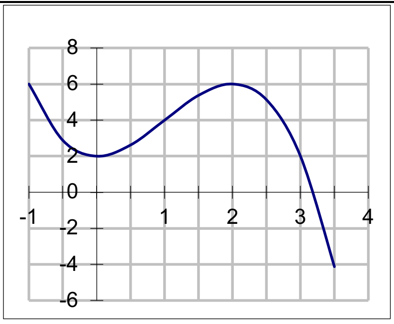
Lorsque l'on trace une verticale on ne rencontre la courbe qu'une et une seule fois quand il s'agit d'une fonction.



droite oblique

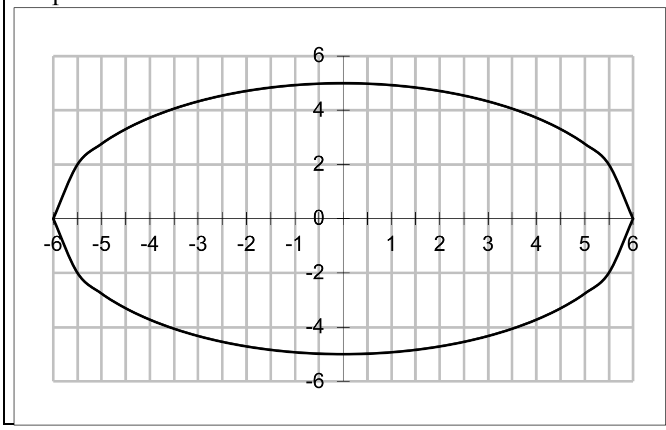


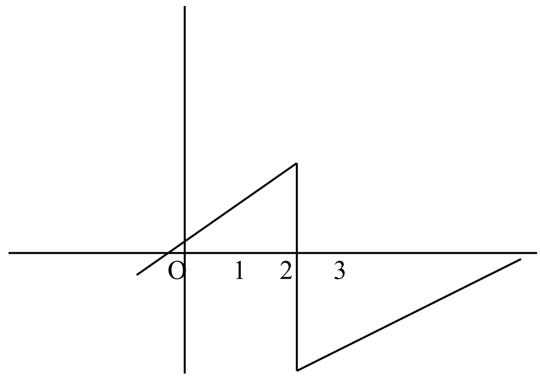
parabole



Contre – Exemples : ces courbes ne représentent pas des fonctions

Ellipse

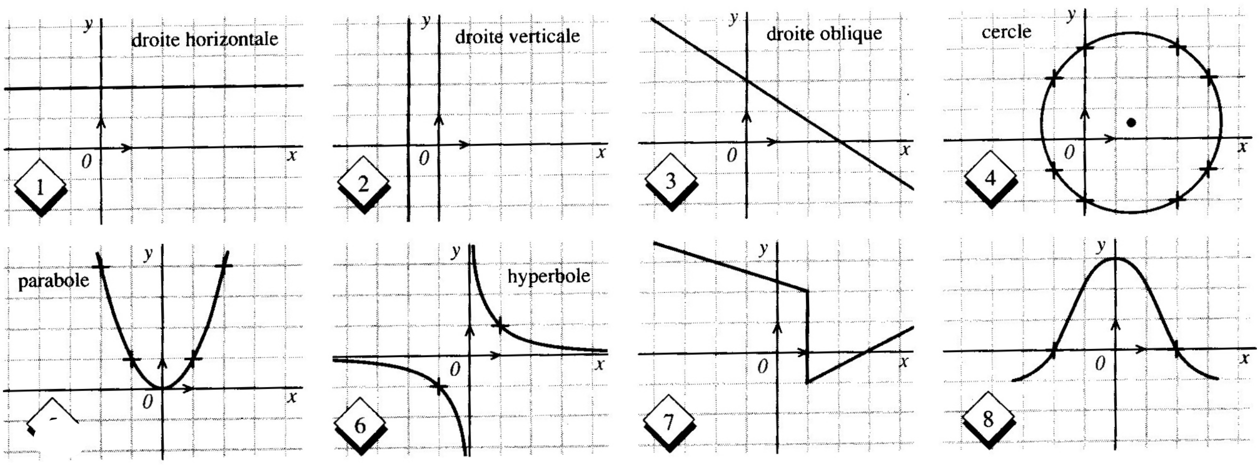




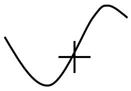
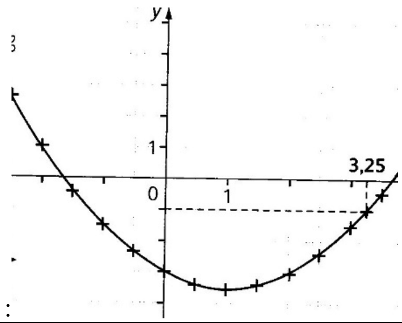
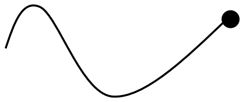
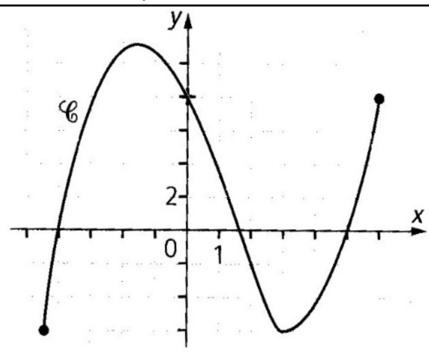
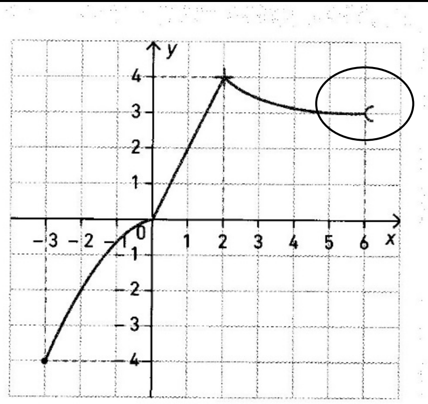
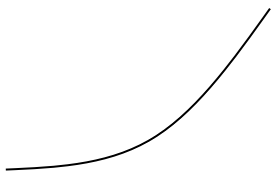
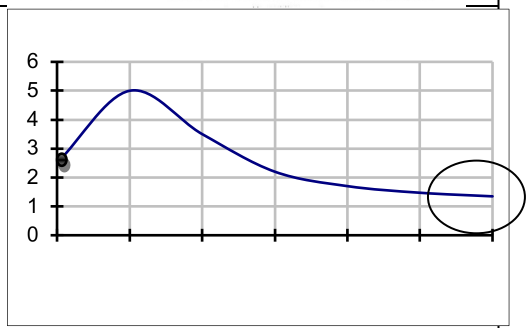
Dire pourquoi :……………………………………………………………………………………………..

Exercice : parmi les courbes ci – dessous donner celle qui représentent des fonctions

1. Les courbes ci-dessous sont des courbes particulières ; donner les numéros de celles qui représentent une fonction.



b) Conventions graphique

<table>
<tr>
<td>
Les coordonnées d'un point de la courbe sont connues avec précisions, on le note à l'aide d'une croix</td>
<td>Exemple
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Un point marqué à l'aide d'un « gros point » signifie qu'il APPARTIENT A LA COURBE. Il est situé à l'extrémité de la courbe. Son abscisse est l'une des bornes finies et « fermées » de l'ensemble de définition.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>
Un point- crochet :
Un point marqué à l'aide d'un crochet signifie qu'il est situé à l'extrémité de la courbe mais qu'il n'appartient pas à la courbe. Son abscisse est l'une des bornes finies mais « ouvertes » de l'ensemble de définition.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>
<u>Branche infinie :</u> lorsque la courbe ne s'arrête pas par un gros point ou un point-crochet cela signifie qu'elle continue indéfiniment de la même manière</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td><u>Ligne en pointillé verticale</u> : marque le nombre a correspondant à une valeur INTERDITE, c'est-à-dire que a n'a pas d'image et que la courbe s'approche de plus en plus de cette droite sans jamais l'atteindre.</td>
<td></td>
</tr>
</table>

c)Construction d'une courbe point par point

Exemple :

Tracer la courbe représentative de la fonction f définie sur [-1 ;5] par $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x^2+1}$

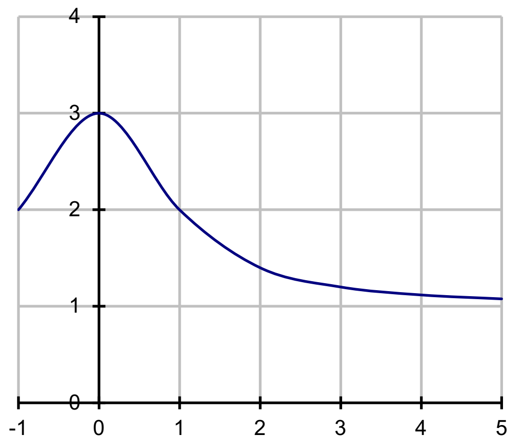
Etape 1 : On rentre la formule de la fonction dans la calculatrice

Casio	TI
MENU TABL On rentre $(x^2 + 3) : (x^2 + 1)$ Attention de bien mettre les parenthèses sinon le résultat sera faux à cause des ordres de priorités dans les calculs respectés par la calculatrice . SET ou RANG : start : -1 End : 5 Pitch : 1 TABL F4	Y= On rentre $(x^2 +3) / (x^2 + 1)$ Tblset Tblmin = -2 Tbl = 1 Table

puis on calcule les images que l'on note dans un tableau de valeurs en donnant quand il le faut des valeurs approchées à 10^{-2} près

x	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)	2	3	2	1,4	1,2		

Etape 2 : On place les points correspondants de coordonnées (x ; f(x)) ,par exemple (1 ; 2) et on trace la courbe en reliant ces points à « main levée » en lissant bien le dessin.



Remarque : C'est uniquement dans le cas où la courbe est une droite, c'est-à-dire celui de la représentation graphique d'une fonction affine, que l'on utilise une règle !

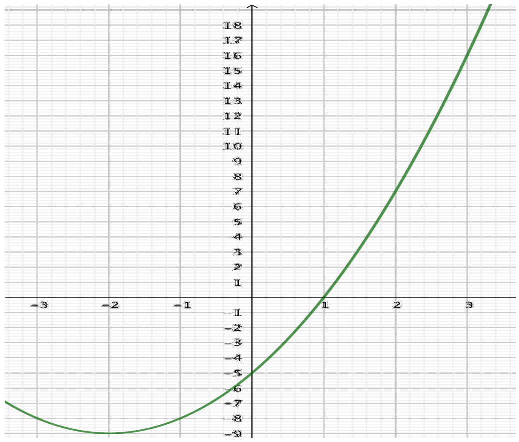
d)Exercices d'applications

1-Soit g la fonction définie sur [-3 ;2] par
$g(x) = x^2 + 4x - 5$.

Compléter le tableau de valeurs ci-dessous

x	-3	-2	-1	0	1	2
$g(x)$						

puis tracer la courbe C_g dans le repère ci-contre.

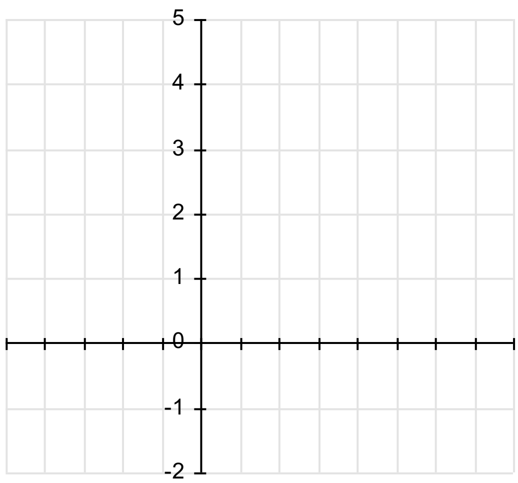


2- Soit h la fonction définie sur [-2,5 ; 4] par

$$h(x) = x + \frac{1}{x+3}$$

Tracer la courbe C_h dans le repère ci-contre après

avoir donner le tableau de valeurs.

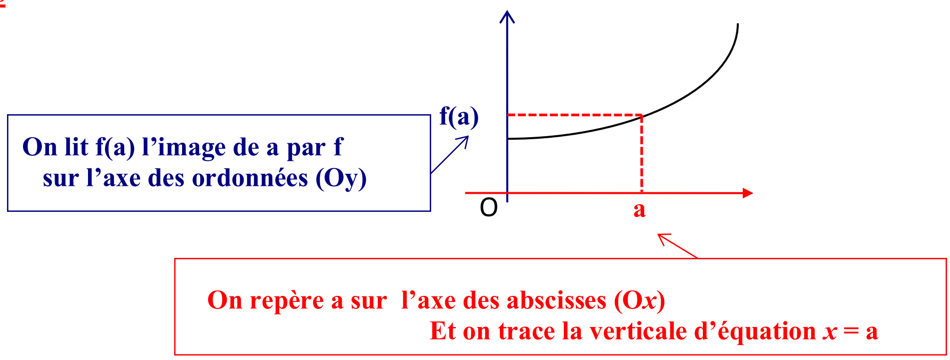


II) Lectures graphiques

1°) Image, antécédents

a)IMAGE

Soit a un élément de D_f

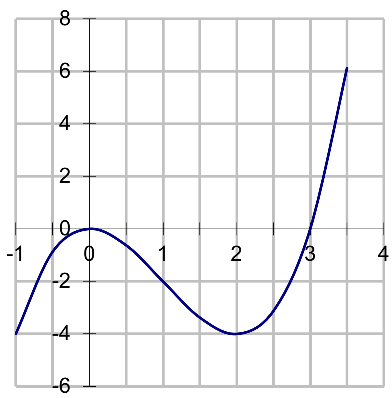
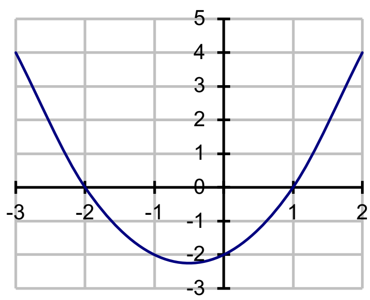
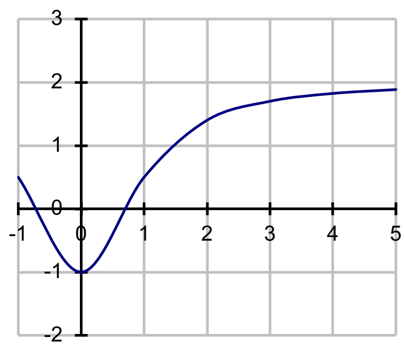


Conséquence importante:
Lorsque l'on écrit que le point de coordonnées (a ; b) est un point de la courbe C_f d'une fonction f cela veut dire que

l'**image** par f de **a** est **b** c'est – à – dire que f (**a**) = **b**

M(**a** ; **b**) ϵ C_f équivaut à **b** = f (**a**)

Exercice 1

1- Lire l'image de 1 par f : Lire : f(-1) = ;f(0)= f(3)= ;f(5)=	2- Lire l'image de -2 par f : Lire : f(-3) = ;f(0)= f(1)= ;f(-4)=	3- Lire l'image de 0 par f : Lire : f(-1) = ;f(1)= f(2)= ;f(5)=
		

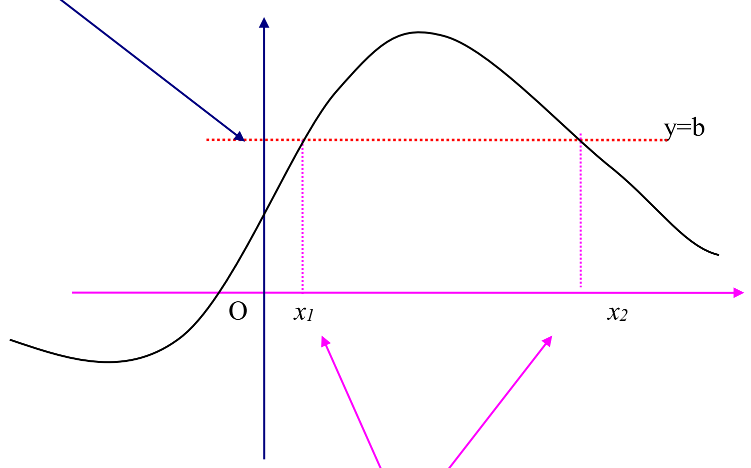
Exercice 2

Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = x^2 + 2x - 3$.
a)Déterminer les coordonnées du point A de la courbe C ayant pour abscisse 0, puis du point B ayant pour abscisse 2 .
b) Les points suivants sont-ils des points de C : D (0,5 ; -0,75) E(1 ; 1) F (-3 ; 0)

b) **ANTECEDENT**

Pour lire un antécédent b sur un graphique :

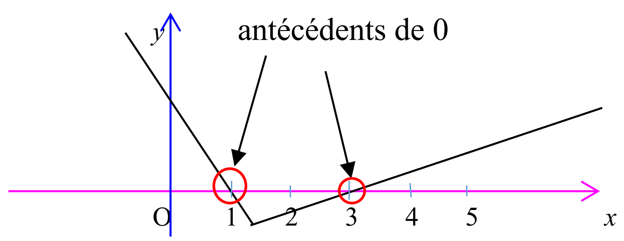
On trace la droite horizontale d'équation y =b



Puis on lit sur l'axe (Ox) le ou les antécédent(s) de b .

Un cas particulier important : antécédents de 0

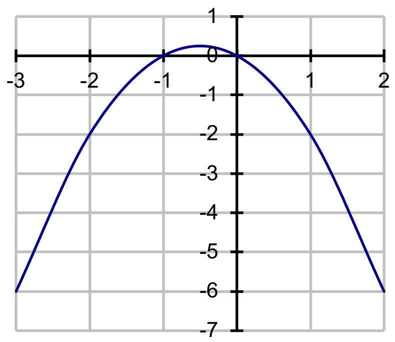
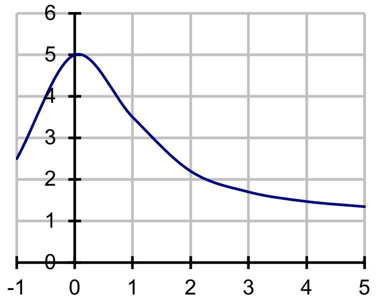
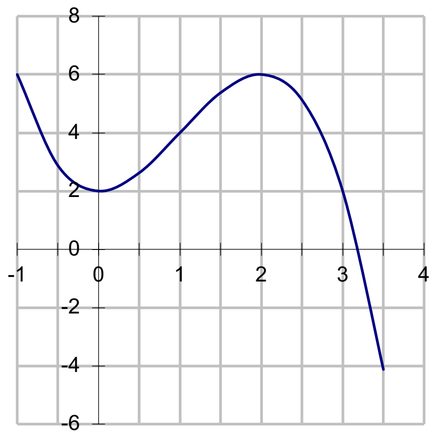
Quand **b = 0** il n'y a pas d'horizontale à tracer puisque la droite d'équation **y = 0** est en fait **l'axe (O*x*).**



Dans notre exemple les antécédents de 0 par f sont 1 et 3

Exercices

Lire dans chaque cas le ou les antécédents lorsqu'ils existent des nombres donnés :

1- De - 2 par f : De 0 par f : De 1 par f :	2- De 5 par f : De 1 par f : De 0 par f : De 4 par f :	3- De 6 par f : De 4 par f : De 0 par f : De - 4 par f :
		

Remarque : Un nombre peut avoir un ou plusieurs antécédents ou encore pas du tout.

2°) Résolution graphique d'équations du type f(x) = 0 ou f(x) = m .

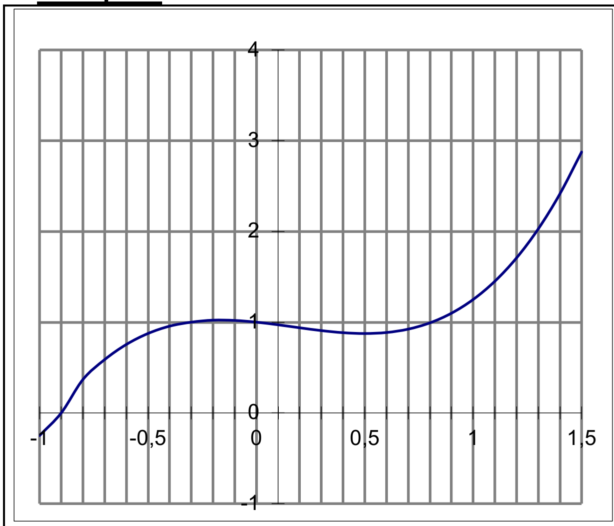
Résoudre graphiquement l'équation f(x) = m, c'est en fait
déterminer les antécédents de m par f à l'aide de la courbe C_f

Comme on résout une équation on écrit à la fin de l'étude: S = { ……..}

Remarque :

Résoudre graphiquement l'équation f(x) = 0 c'est déterminer les antécédents de 0 par f à l'aide de la courbe C_f.

Exemples :

	**Equation f (x)= 2 :** L'ensemble des solutions de l'équation f(x) = 2 est S = { 1;3 } **Equation f (x)= 3 :** L'ensemble des solutions de l'équation f(x) = 3 est S = Ø . (3 n'admet pas d'antécédents par f) **Equation f (x)= 0 :** L'ensemble des solutions de l'équation f(x) = 0 est S = { - 0,9 }

3°) Résolution graphique d'équations du type f(x) = g (x) .

On considère f et g deux fonctions dont les courbes représentatives sont C_f et C_g.

Pour déterminer graphiquement les solutions de l'équation f(x) = g(x) on recherche les points d'intersection des courbes C_f et C_g

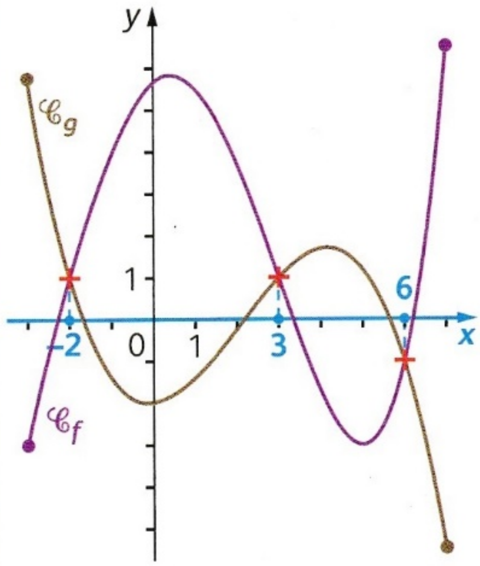
(c'est-à-dire là où les deux courbes se coupent), les solutions cherchées sont alors les ABSCISSES des points d'intersection trouvés.

Remarque : savoir utiliser la calculatrice.

Exemple :

Exemple

On donne ci-dessous les courbes des fonctions f et g. L'ensemble de définition de f et de g est : $D' = [-3\,;7]$. On veut résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.



On trouve trois solutions : – 2 ; 3 et 6.
On a $S = \{-2\,;3\,;6\}$.