CONTRÔLE N°2 SPECIALITE MATHS TERMINALE DUREE :2H LE 16/11/20

Exercice 1 (5 points)

A- On considère la *f*onction g dé*f*inie sur R par g(x)= $4x^3 + 2x - 3$.

1°) Déterminer les limites de g en + ∞ et -∞ .

2°) Calculer la dérivée g'(x) puis dresser le tableau de variation de g.

3°) Démontrer que l'équation g(x)=0 admet une unique solution réelle x_0 dans R

4°) A l'aide de la calculatrice donner un encadrement à 10^{-3} près de x_0.

5°) Donner à l'aide d'un tableau le signe de g(x) sur R.

B- On considère la *f*onction f dé*f*inie sur R par f(x) = $2x^4 + 2x^2 - 6x + 2$.

1°) Calculer la dérivée f '(x) de f et montrer que f '(x) = 2g(x).

2°) On admet que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

Dresser le tableau de variation de f .

3°) Déterminer le(s) point(s) où la tangente est parallèle à la droite d d'équation y= -6x + 3 .

Exercice 2 (5 points)

A-*Dans les questions suivantes* ***préciser si la réponse*** *proposée est vraie ou fausse et expliquer.*

1 – a) $\lim\limits_{x\to1} -\frac{3}{6+3x} = 3$

b) $\lim\limits_{x\to-1} \frac{x+1}{x^2-1} = -\frac{1}{2}$

c) $\lim\limits_{\substack{x\to2\\x>2}} \frac{2x+1}{x-2} = +\infty$

2 -

g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \begin{cases} 2+x & \text{si } x < -1 \\ x^2 - x & \text{si } x \geqslant -1 \end{cases}.$$

g est continue en -1.

3 - Soit f la fonction définie et dérivable sur R par f(x) = x^3 - 7 x + 6 .

L'équation réduite de la tangente à la courbe C au point d'abscisse -1 est y = - 4x + 6 .

4- On considère la suite $U_n = \dfrac{1+\frac{1}{2n}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{3n}}$. On peut affirmer que $\lim\limits_{n\to+\infty} Un = 3$

B- **<u>Sans justification</u>** répondre par vrai ou faux

Voici le tableau de variation d'une fonction f définie sur l'ensemble $]-\infty\,;1[\,\cup\,]1\,;+\infty[$.

$\mathscr{C}$ est la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f(x)$	2	↘	-3	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

1. **Affirmation :** la droite d'équation $y = 2$ est asymptote à $\mathscr{C}$.
2. **Affirmation :** la droite d'équation $y = 1$ est asymptote à $\mathscr{C}$.
3. **Affirmation :** $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x)} = 0$
4. **Affirmation :** $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{f(x)} = +\infty$

<u>Exercice 3</u>

Soit f la fonction définie sur R par f (x) = $e^x + 3x - 1$

1°) a) Déterminer la limite de f en + ∞ .

b) Déterminer la limite de f en - ∞.

2°) Calculer f '(x) puis donner le tableau de variation de f où figurera le signe de f '(x) .

3°) Déterminer l'équation réduite de la tangente T_0 au point d'abscisse 0.

4°) Déterminer l'équation réduite de la tangente T_1 au point d'abscisse 1.

<u>Exercice 4</u>

Soit la fonction f définie sur [0 ; 9] par :

$$f(x) = 6 - \frac{5}{x+1}.$$

1. Justifier que la fonction f est continue sur [0 ; 9].

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. **a) On admet que**

$0 \leqslant u_n \leqslant 9$ pour tout n de N et que la suite (u_n) est croissante, en déduire que la suite (u_n) est convergente vers ℓ.

b) Déterminer ℓ.