CONTROLE N°4 15MN 02/02/18

Ex 1 (2,5)

1 – Déterminer l'ensemble de définition de l'inéquation suivante : $\ln(25 - x^2) < \ln 10$

$]-5 ; 5[$

2 - Déterminer la dérivée de la fonction définie sur R par $f(x) = e^{4x^3 + 2x - 3}$

$2(6x^2 + 1)e^{4x^3 + 2x - 3}$

3 - Résoudre l'équation suivante : $4(\ln x)^2 - 11 \ln x + 6 = 0$

$S = \{ e^{3/4} ; e^2 \}$

4 - Résoudre l'inéquation suivante : $e^{-3x + 5} > 1$

$S =]-\infty ; 5/3[$

5 - Résoudre l'inéquation suivante : $-2e^{2x} + 3e^x - 1 \geq 0$

$S = [-\ln 2 ; 0]$

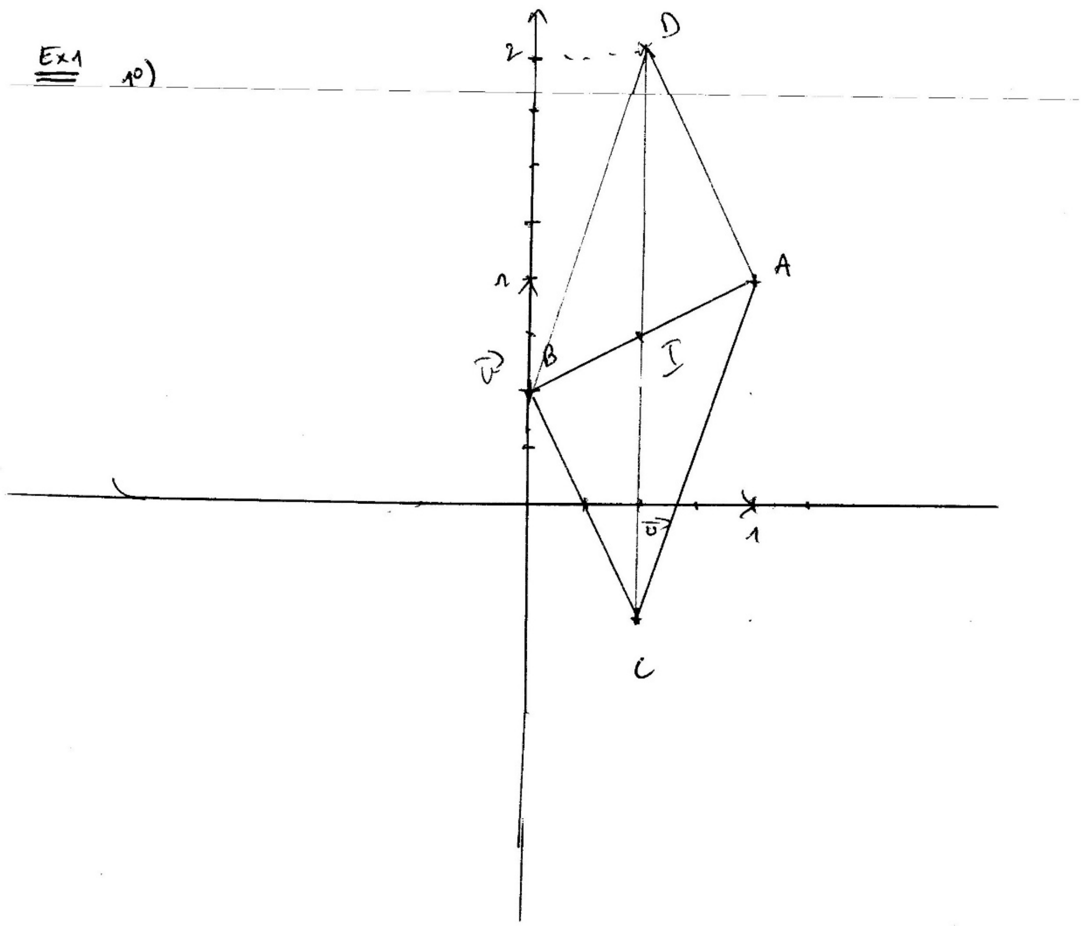
Car si on pose $X = e^x$ on obtient une inéquation du type $-2X^2 + 3X - 1 \geq 0$ ce qui est vrai ssi $0.5 \leq X \leq 1$
Ce qui équivaut à $0.5 \leq e^x \leq 1$ soit encore à $e^{\ln 0.5} \leq e^x \leq e^0$ c'est-à-dire à $\ln 0.5 \leq x \leq 0$
$\text{Ln}0.5 = -\ln 2$ d'où le résultat !

Ex 2 (2,5)

Exercice sur l'étude d'une fonction exponentielle (limites , dérivée, signe de la dérivée, variations , tangentes)

EX 3 (5 pts)

Ex1 1°)



2°) $\overline{z_A} = 1 - i \qquad \overline{z_B} = -0,5i$

$\dfrac{1}{z_A} = \dfrac{1}{1+i} = \dfrac{1-i}{(1+i)(1-i)} = \dfrac{1-i}{2} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}i$

$\dfrac{1}{z_B} = \dfrac{1}{0,5i} = -2i.$

$z_A \cdot z_B = (1+i)\,0,5i = 0,5i - 0,5 = -0,5 + 0,5i.$

3°) $C\,(0,5 - 0,5i) \qquad I\left(\dfrac{z_A + z_B}{2}\right)$ soit $\boxed{I\left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{4}i\right)}$

4°) ACBD est un parallélogramme donc ses diagonales [AB] et [CD] coupent en leur milieu I d'où si z_D est l'affixe de D :

$$\frac{z_C + z_D}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{4}i$$ se qui donne

$$z_D = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}i\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)$$

$$\boxed{z_D = \frac{1}{2} + 2i}$$

5°) a) $$Z = \frac{x + iy - 1 - i}{1 + 2ix - 2y} = \frac{x - 1 + i(y-1)}{1 - 2y + 2xi}$$

$(x;y) \neq (0;0,5)$ $$Z = \frac{[(x-1) + i(y-1)][(1-2y) - 2xi]}{(1-2y)^2 + 4x^2}$$

$$Z = \frac{(x-1)(1-2y) + 2x(y-1) + i[(y-1)(1-2y) - 2x(x-1)]}{(1-2y)^2 + 4x^2}$$

$$Z = \frac{x - 1 - \cancel{2yx} + 2y + \cancel{2x}y - 2x + i(-2y^2 - 1 + 2y + y - 2x^2 + 2x)}{(1-2y)^2 + 4x^2}$$

$$Z = \frac{2y - x - 1}{(1-2y)^2 + 4x^2} + i\,\frac{-2y^2 + 3y - 2x^2 + 2x - 1}{(1-2y)^2 + 4x^2}$$

$$Re(Z) = \frac{2y - x - 1}{(1-2y)^2 + 4x^2} \qquad Im(Z) = \frac{-2x^2 + 2x - 2y^2 + 3y - 1}{(1-2y)^2 + 4x^2}$$

b) $Z \in \mathbb{R}$ ssi $Im(Z) = 0$ càd ssi

$-2x^2 + 2x - 2y^2 + 3y - 1 = 0$ avec $(x;y) \neq (0;0,5)$

soit $x^2 - x + y^2 - \frac{3}{2}y + \frac{1}{2} = 0$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} - \frac{9}{16} + \frac{1}{2} = 0$$

Soit $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{5}{1}$

(F) est donc le cercle [illegible] $\frac{5}{4}$

privé du point B.

c) $Z \in i\mathbb{R}$ ssi $Re(z)=0$ càd ssi $2y-x-1=0$ avec $(x;y)\neq(0;0,5)$ soit $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$. (F) est donc la droite (AB) privée du point B (En effet $\frac{1}{2}\times 0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ donc ~~les~~ coordonnées de B vérifient l'éq. de la dte, et $\frac{1}{2}\times 1+\frac{1}{2}=1$ donc $A\in(F)$).