

**CONTROLE DE MATHS.TS . DUREE : 1 H LE 07/12/18 SB CORRIGE**

**Exercice 1 (4 pts)**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2 - \cos 2x$

1°) a) pour tout réel  $x$   $f(x + \pi) = 1 + \cos [2(x + \pi)] = 2 - \cos (2x + 2\pi) = 2 - \cos (2x)$  soit

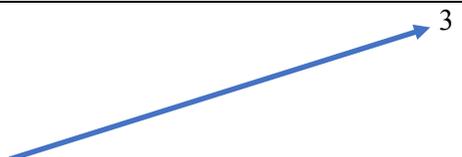
$f(x + \pi) = f(x)$  donc  $f$  est  $\pi$  – périodique et son intervalle d'étude sera d'amplitude  $\pi$ .

b) pour tout réel  $x$ ,  $f(-x) = 2 - \cos (-2x) = 2 - \cos 2x = f(x)$  donc  $f$  est paire.

2°) a)  $f'(x) = 2\sin 2x$ .

b) pour  $x$  dans  $[0; \frac{\pi}{2}]$ ,  $f'(x) = 0$  équivaut à  $-2\sin 2x = 0$  soit à  $\sin 2x = 0$  soit à  $2x = 0$  ou  $2x = \pi$   
 $x = 0$  ou  $x = \frac{\pi}{2}$ .

3°) pour  $x$  dans  $[0; \frac{\pi}{2}]$ ,  $2x$  dans  $[0; \pi]$  soit  $\sin 2x \geq 0$  et  $f'(x) \geq 0$ . On en déduit le tableau de variation de  $f(x)$  :

$x$	0		$\pi$
$f'(x)$	0	+	0
$f(x)$	1		

4°) une équation de la tangente  $T$  à la courbe de  $f$  au point d'abscisse  $\frac{\pi}{8}$  est

$$y = f'(\frac{\pi}{8})(x - \frac{\pi}{8}) + f(\frac{\pi}{8}) \text{ soit } y = -\sqrt{2}(x - \frac{\pi}{8}) + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**Exercice 2 (1 pt)**

$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  équivaut à  $\cos x = \cos(\frac{3\pi}{4})$  soit  $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$  ou  $x = -\frac{3\pi}{4} + k'2\pi$ ,  $k, k'$  dans  $\mathbb{Z}$

$$S = \left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi, -\frac{3\pi}{4} + k'2\pi, k, k' \text{ dans } \mathbb{Z} \right\}$$

**Exercice 3 (5 pts)**

1°)  $z^2 - 6z + 18 = 0$

$$\Delta = -36 = (6i)^2 \quad z = 3 + 3i \text{ ou } z = 3 - 3i$$

$$S = \{ 3 + 3i ; 3 - 3i \}$$

2°) On considère les points  $A, B, E$  et  $F$  d'affixes respectives :

$$z_A = 3 + 3i, z_B = 3 - 3i, z_E = 4 - 5i, z_F = 7 + 3i$$

$$\bar{z}_A = 3 + 3i$$

$$(z_B)^2 = 18i$$

$$\bar{z}_E = 4 + 5i$$

$$z_E \times z_F = 28 + 15 - 35i + 12i = 43 - 23i$$

$$\frac{z_E}{z_F} = \frac{(4-5i)(7-3i)}{(7+3i)(7-3i)} = \frac{28-15-35i-12i}{49-9} = \frac{13-47i}{58} = \frac{13}{58} - i \frac{47}{58}$$

3°) a)

$$\text{b) } |z_A| = 3\sqrt{2} = |z_B|. \quad \arg z_A = -\frac{\pi}{4} \quad (2\pi) \quad \text{et} \quad \arg z_B = \frac{\pi}{4} \quad (2\pi)$$

4°) On considère le point C d'affixe  $z_C = 5 + i$ .

$$\text{a) } z_K = \frac{z_A + z_C}{2} = 4 - i$$

b) Comme ABCD est un parallélogramme alors les diagonales se coupent en leur milieu K et on a :

$$z_K = \frac{z_B + z_D}{2} = \frac{3 + 3i + z_D}{2} \quad \text{et on obtient} \quad z_D = 8 - 2i - 3 - 3i = 5 - 5i$$