

**CORRIGE DU DEVOIR N°1. BTS1.Le 03/10/08.**

**EXERCICE 1**

A) a) Le discriminant du trinôme f est  $\Delta = 0$ . Il a une seule racine  $3/2$ . On en déduit le signe de f(x) sur  $\mathbb{R}$  :

x	$-\infty$	$3/2$	$+\infty$	
f(x)	-	0	-	<b>S = <math>\mathbb{R}</math>.</b>

d'où  $f(x) \leq 0$  si  $x \in \mathbb{R}$ .

A) b) Le discriminant du trinôme f est  $\Delta = 121$ . Il a deux racines  $-4$  et  $3/2$ . On en déduit le signe de g(x) sur  $\mathbb{R}$  :

x	$-\infty$	$-4$	$3/2$	$+\infty$	
g(x)	+	0	-	0	+

d'où  $g(x) > 0$  si  $x \in ]-\infty ; -4[ \cup ]3/2 ; +\infty[$ . **S =  $]-\infty ; -4[ \cup ]3/2 ; +\infty[$ .**

c) Le discriminant du trinôme h est  $\Delta = -11$ . Il n'y a pas de racines dans  $\mathbb{R}$ . On en déduit le signe de h(x) sur  $\mathbb{R}$  à savoir  $h(x) > 0$  pour tout réel x et l'inéquation  $h(x) \leq 0$  n'admet pas de solution, **S =  $\emptyset$ .**

B) F(x) est définie pour tout réel x tel que  $g(x) \times h(x) \neq 0$  c'est-à-dire  $g(x) \neq 0$ .

D'après a) on en déduit que F(x) est définie si  $x \in \mathbf{Df} = \mathbb{R} \setminus \{-4 ; 3/2\}$ .

Comme  $f(x) < 0$  et  $h(x) > 0$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{-4 ; 3/2\}$ , F(x) est du signe de  $-g(x)$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{-4 ; 3/2\}$ .

On a donc  $F(x) \leq 0$  si  $x \in ]-\infty ; -4[ \cup ]3/2 ; +\infty[$ . **S =  $]-\infty ; -4[ \cup ]3/2 ; +\infty[$ .**

**EXERCICE 2** Soit x la largeur et y la longueur du terrain, alors d'après les hypothèses :

$$\begin{aligned} x + y &= 460 / 2 = 230 && 20 \\ (x + 10)(y + 10) &= xy + \frac{xy}{100} \end{aligned}$$

Ce qui donne après simplification le système suivant  $\begin{cases} x + y = 230 \\ xy = 12000 \end{cases}$

x et y vérifient donc l'équation suivante :

$$X^2 - 230X + 12000 = 0. \text{ On trouve } \Delta = (70)^2 \text{ d'où } x_1 = 150 \text{ et } x_2 = 80.$$

**La largeur du champ est de 80 m, sa longueur de 150m.**

**EXERCICE 3** A) 1°) S(-2 ; -1) 2°)

3°)  $P \cap (Oy)$  : on calcule f(0) et le point cherché est A(0 ; 3)

$P \cap (Ox)$  : on résout f(x) = 0

-1 est une solution évidente l'autre solution est -3. Les points cherchés sont donc B(-3 ; 0) et C(-1 ; 0)

B) 1°) 2°)  $P \cap P'$  : les points cherchés sont les points C et B.

**EXERCICE 4**

1°)  $P(1) = -4(1)^3 + 3(1)^2 - 3(1) + 4 = 0$ .  $P(1) = 0$  donc il existe un polynôme Q de degré 2 tel que

$$P(x) = (x - 1)Q(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c).$$

Soit  $P(x) = ax^3 + (b - a)x^2 + (c - b)x - c$ . Par identification on obtient :

$$\begin{cases} a = -4 \\ b - a = 3 \\ c - b = -3 \\ -c = 4 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} a = -4 \\ b = -1 \\ c = -4 \end{cases} \text{ ce qui donne : } P(x) = (x - 1)(-4x^2 - x - 4)$$

On en déduit que  $P(x) = 0$  équivaut à  $x - 1 = 0$  ou  $-4x^2 - x - 4 = 0$   $\Delta = -63$  donc

L'ensemble des solutions de l'équation  $P(x) = 0$  est

$$\boxed{S = \{1\}}$$

c)

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$-4x^2 - x - 4$	-	-	-
$x - 1$	-	0	+
P(x)	+	0	-

$$\boxed{S = ]-\infty ; 1]}$$