REPERAGE

FICHE 1 : GEOMETRIE DANS UN REPERE

I) Généralités

1°) Définition

Définir un repère du plan, c'est se donner trois points O, I, et J NON ALIGNES et pris dans cet ordre.

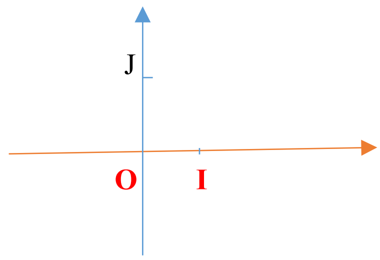
O s'appelle L'ORIGINE DU REPERE.

Les droites (OI) et (OJ) sont sécantes en O.

Ce repère se note (O,I,J)

(OI) s'appelle l'axe des abscisses ; il a pour unité la longueur OI

(OJ) s'appelle l'axe des ordonnées ; il a pour unité la longueur OJ

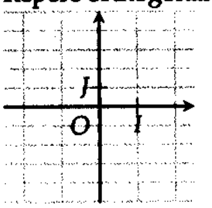


2°) Repères

Il existe plusieurs types de repères

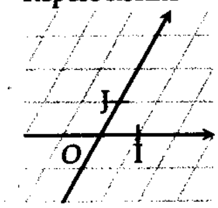
a) **Repère quelconque** : Le triangle OIJ est quelconque
b) **Repère Orthogonal :** Le triangle OIJ est rectangle en O
c) **Repère normé :** Le triangle OIJ est isocèle en O.
d) **Repère orthonormal ou orthonormé :** le triangle OIJ est rectangle isocèle en O.

Repère orthogonal



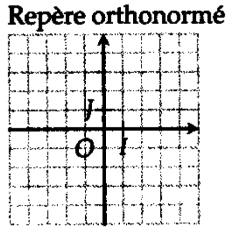
b)(OI) ⊥ (OJ)

Repère normé



c) OI = OJ

Repère orthonormé



d)(OI) ⊥ (OJ) et OI =OJ

II) Coordonnées d'un point du plan

1°) Définition

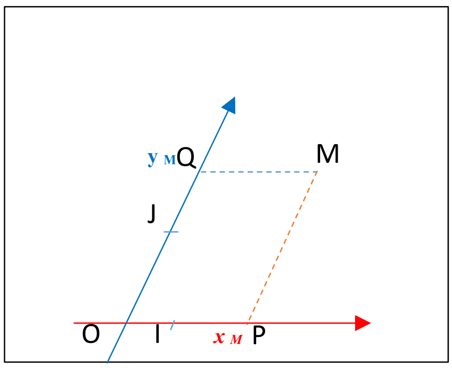
Le plan est rapporté à un repère (O, I, J).

Soit M un point quelconque du plan.

On considère le point P de (OI) tel que (PM) // (OJ)

et le point Q de (OJ) tel que (QM) //(OI).

OPMQ est un parallélogramme.



Soit x_M le réel qui correspond à la position du point P sur (OI) : **x_M est L'ABSCISSE** du point M

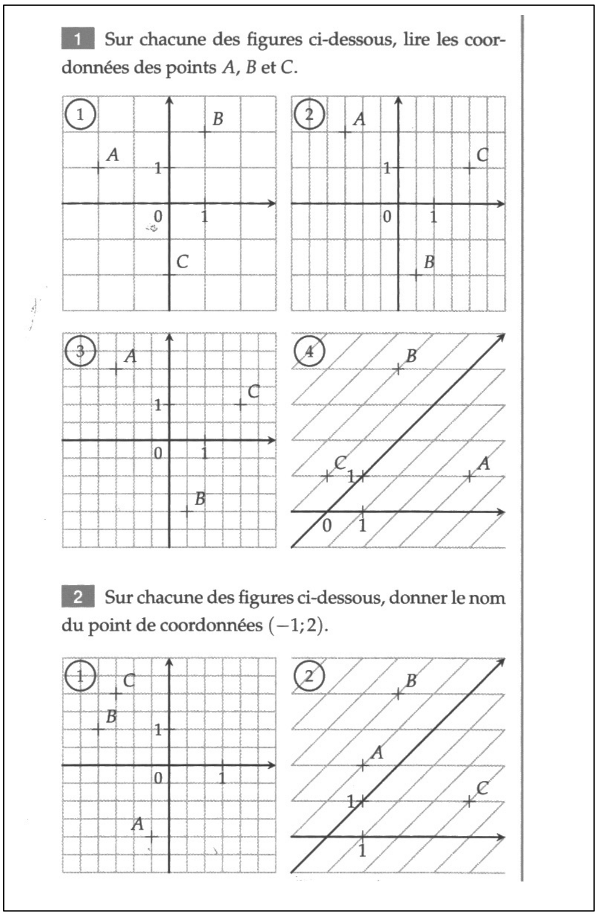
Soit y_M le réel qui correspond à la position du point Q sur (OJ) : **y_M est L'ORDONNEE** du point M

Définition

On appelle **coordonnées** du point M le couple (x_M ; y_M). **Ce couple est UNIQUE**.

x_M est L'ABSCISSE du point M ; **y_M est l'ORDONNEE** du point M. On écrit M(**x_M ; y_M**)

Exemples et applications :



1 Sur chacune des figures ci-dessous, lire les coordonnées des points *A*, *B* et *C*.

2 Sur chacune des figures ci-dessous, donner le nom du point de coordonnées (−1;2).

2°) Coordonnées du milieu

a) Théorème 1

Soient deux points A (x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) dans un repère (O,I,J).

Le milieu du segment [AB] est le point E de coordonnées (x_E ; y_E) définies par

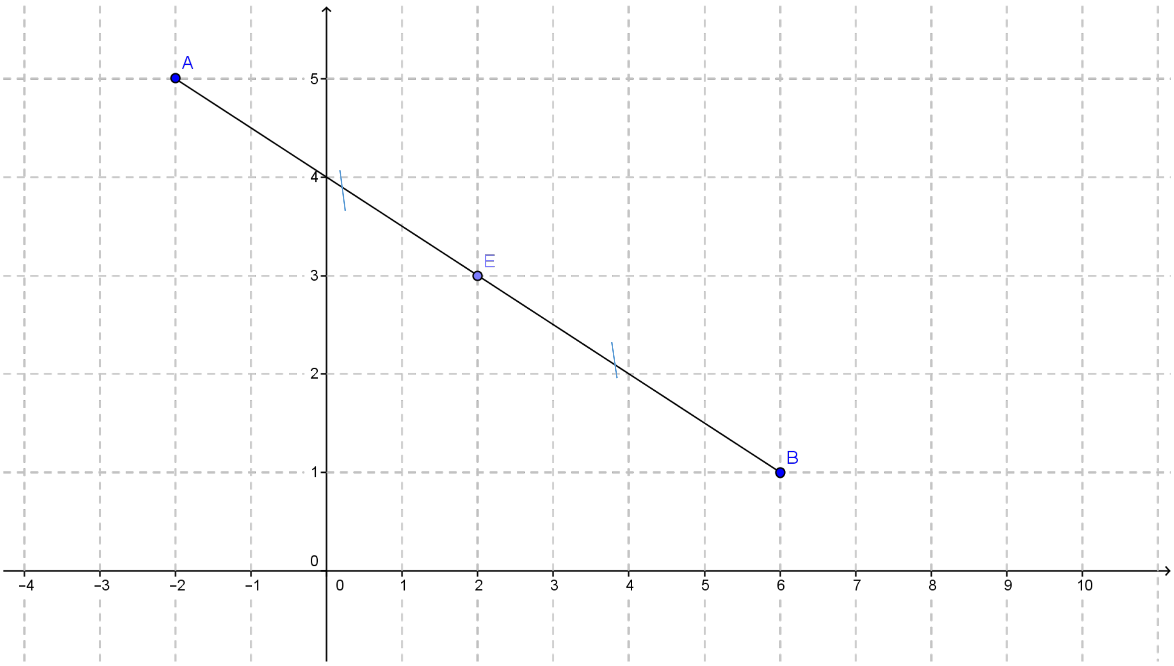
$$x_E = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{et} \quad y_E = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Exemple :

Dans un repère orthogonal (O, I , J) on a les points A(-2 ; 5) et B(6 ; 1). OI=1 OJ=2

1- Placer les points A et B

2- Déterminer les coordonnées du point E milieu du segment [AB]



Le milieu E de [AB] a pour coordonnées ($\frac{-2+6}{2}$; $\frac{5+1}{2}$) soit E(2 ; 3)

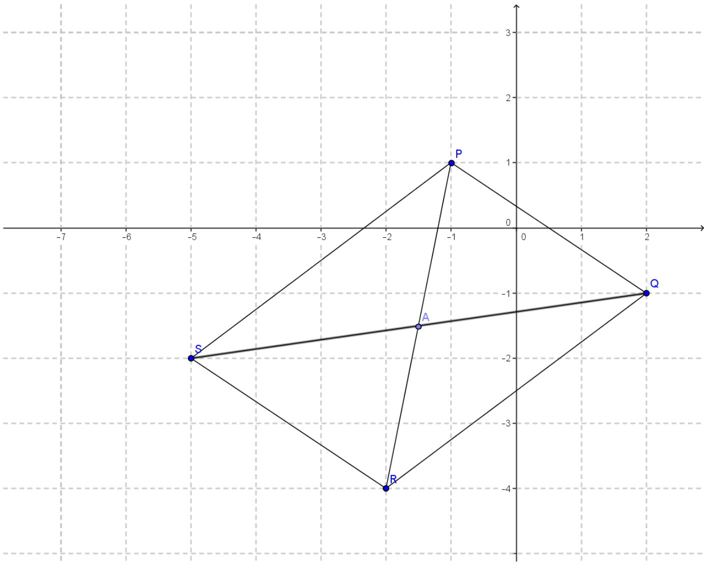
b) Utiliser les coordonnées du milieu dans un parallélogramme

Exemple 1:

Dans un repère orthonormé (O , I , J) on donne les points P (-1 ; 1) Q (2 ; -1) et R (-2 ; -4) unité 1 cm ou 1 carreau

a. Calculez les coordonnées du milieu A de [PR].

b. On note S le point tel que PQRS est un parallélogramme. Placer S sur le dessin puis calculez ses coordonnées.



a) Le milieu A de [PR] a pour coordonnées ($\frac{-1-2}{2}$;$\frac{1-4}{2}$) soit A($\frac{-3}{2}$; $\frac{-3}{2}$)

b) Si PQRS est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu c'est-à-dire que A est aussi le milieu du segment [SQ] avec S de coordonnées (x_S ;y_S) . Ce qui donne :

$$x_A = \frac{-3}{2} = \frac{xS+2}{2} \qquad \text{et } y_A = \frac{-3}{2} = \frac{yS-1}{2}$$

On trouve après calculs que $x_S = -5$ et $y_S = -2$ soit S(-5 ;-2)

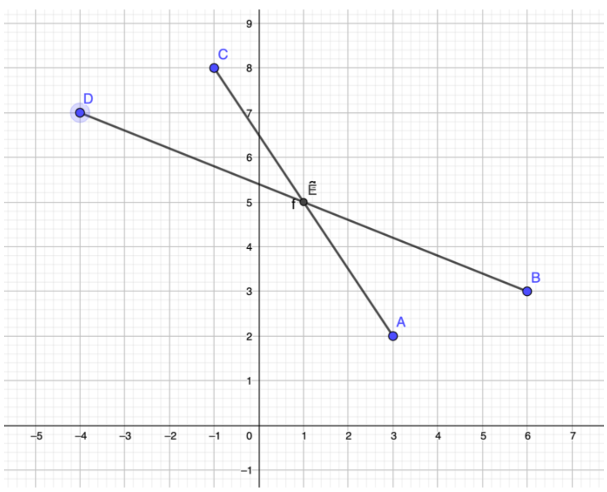
Exemple 2 :

Grâce à ce théorème on peut aussi démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme.

Dans un repère orthonormé (O, I, J) on donne les points A (3 ; 2) B(6 ; 3) C (-1 ; 8) et D(-4 ;7)

unité 1 cm ou 1 carreau.

Démontrer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



Pour montrer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme on on va démontrer que ses diagonales ont le même milieu.

On considère la diagonale [AC] dont le milieu a pour coordonnées ($\frac{3-1}{2}$;$\frac{2+8}{2}$) soit (1 ;5) .

De même le milieu de la diagonale [BD] a pour coordonnées ($\frac{6-4}{2}$;$\frac{3+7}{2}$) soit aussi (1 ;5) .

Comme les diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu et le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.