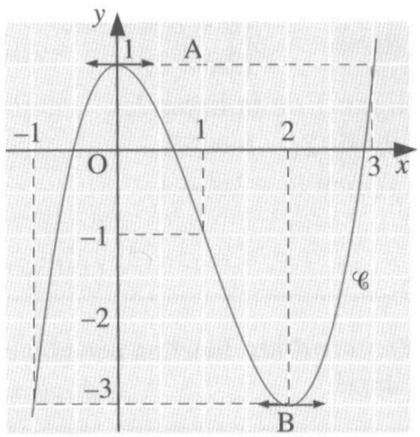
TP N° 3 BTS BAT 2

LIMITES. ASYMPTOTES

Limites et polynômes

1°) Exercices du livre .

2°) Le plan est muni du repère orthonormal $(O\ ;\vec{i},\vec{j})$. $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. Les tangentes à la courbe $\mathscr{C}$ aux points A et B d'abscisses respectives 0 et 2 sont parallèles à l'axe des abscisses.



1. Déterminer graphiquement $f(0)$, $f(1)$, $f'(2)$.

2. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$.
Déterminer les constantes a, b, c à l'aide des résultats obtenus au **1**.

3. On admet maintenant que, pour tout x de $\mathbb{R}$,
$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

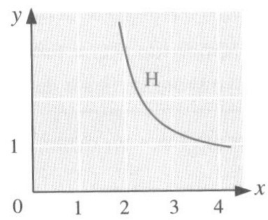
4. Compléter le tableau de variation suivant à l'aide de ce qui précède.

x	$-\infty$		?		?		$+\infty$
$f'(x)$		?	0	?	0	?	
$f(x)$	?	↗	?	↘	?	↗	?

Limites et fonctions rationnelles. Asymptotes

1°) Exercices du livre

2°) Soit f la fonction définie sur $\left]\frac{3}{2}, +\infty\right[$ par $f(x) = \frac{x+1}{2x-3}$, et H la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 1 cm).



1. a. Déterminer $\lim\limits_{x \to \frac{3}{2}} f(x)$;

b. Déduire du **a.** l'existence d'une asymptote Δ_1 pour la courbe H, en donner une équation.

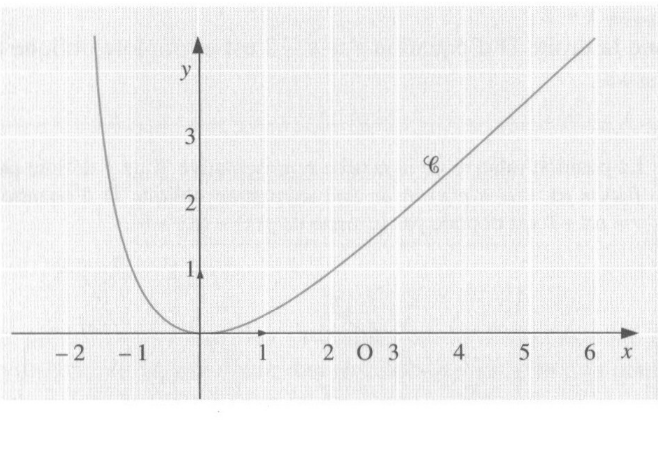
2. a. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$;

b. Déduire du **a.** l'existence d'une asymptote Δ_2 pour la courbe H, en donner une équation.

3. Construire Δ_1 et Δ_2 après avoir reproduit la figure.

3°)

Soit f la fonction définie sur $]-2, +\infty[$ par $f(x) = x - 2 + \frac{4}{x+2}$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.



1. Montrer que la courbe $\mathscr{C}$ admet une asymptote oblique D dont on donnera une équation.

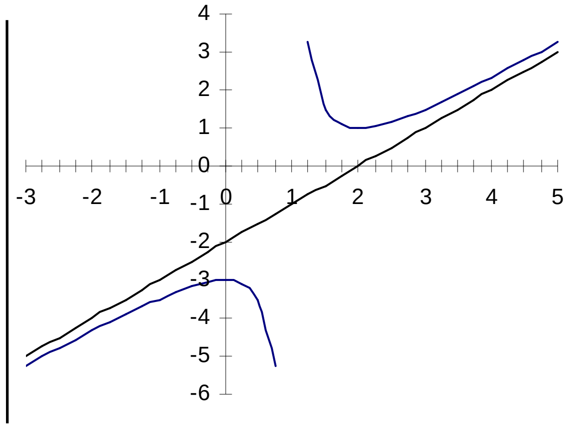
2. Étudier la position de $\mathscr{C}$ par rapport à D sur $]-2, +\infty[$.

3. On admet que $\lim\limits_{x \to -2} f(x) = +\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?

4. Reproduire la figure et la compléter avec les asymptotes de la courbe $\mathscr{C}$.

TP N° 4 BTS BAT 2 LIMITES. ASYMPTOTES LECTURES GRAPHIQUES

1°)Soit f la fonction définie sur |R\{1} dont la courbe représentative C dans le plan muni d'un repère orthonormal (O,i,j) admet pour asymptote en + ∞ et - ∞ ,la droite D.

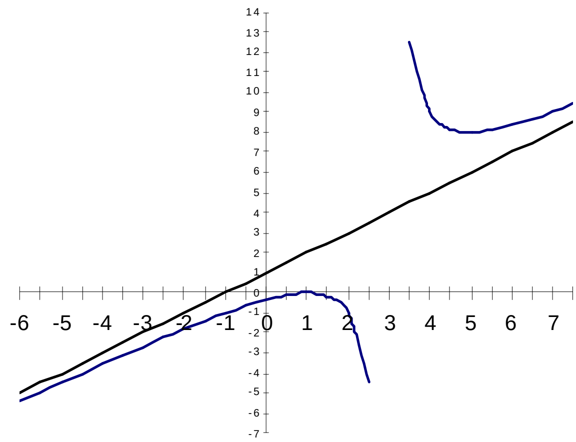


1°) Déterminer à partie du graphique les limites de f en + ∞ et - ∞.
2°) On admet que la courbe C admet au point A(0,-3) et au point B(2,1) une tangente parallèle à l'axe des abscisses .Dresser le tableau de variation de f.

2°)
Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, i ,j).
Soit f la fonction définie sur R\{3} dont la courbe représentative C est donnée ci-dessous.
Cette courbe C admet pour asymptote verticale la droite (D) et pour asymptote oblique la droite (Δ).

On sait que $f(x)= ax + b + \dfrac{4}{x - c}$

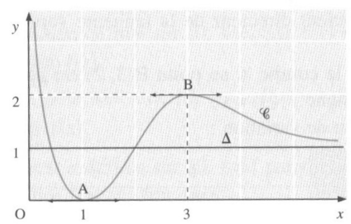
1°) A l'aide du graphique déterminer les réels a, b ,et c .
2°) Donner à l'aide du graphique le tableau de variation de f.
3°) Calculer la dérivée f ' de f.



3°)

Les deux questions suivantes sont indépendantes.

1. On donne la courbe représentative 𝒞 de la fonction f définie sur $]0, +\infty[$, dans le plan muni du repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.



On précise que l'axe des ordonnées et la droite Δ sont des asymptotes de 𝒞, que l'axe des abscisses est tangent à la courbe 𝒞 au point A(1, 0) et que la tangente à la courbe 𝒞 au point B(3, 2) est parallèle à l'axe des abscisses.
A et B sont les seuls points de 𝒞 où la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

Donner le tableau de variation de f.

2. Soit f une fonction définie sur $]-2, +\infty[$ dont le tableau de variation est le suivant. On note 𝒞 la courbe représentative de f dans un repère orthonormal d'unité 1 cm.

x	-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	-1	↗	0	↗	1	↘	0

TP N° 5 BTS BAT 2 LIMITES. ASYMPTOTES FONCTION LN

1–Soit f la fonction définie sur]0 ;+ ∞[par f(x)= $x - \ln x$
1°) Calculer f '(x) et étudier son signe sur Df.
2°)Déterminer la limite de f à droite en 0.
3°)a)Vérifier que f(x)= $x\left(1 + \dfrac{\ln x}{x}\right)$.
b)En déduire la limite de f en +∞.
4°) Donner le tableau de variation de f .

2–Soit f la fonction définie sur]0 ;+ ∞[par f(x)= $x - \dfrac{\ln x}{x}$
1°)Déterminer la limite de f à droite en 0.
2°) Déterminer la limite de f en +∞.
3°) Montrer que la droite d d'équation y = x est asymptote oblique à la courbe de f et étudier leur position relative.

3– Soit f la fonction définie sur]0 ;+ ∞[par f(x)= $x\ln x - x$.
1°) a)Calculer f '(x) .
b)Etudier son signe sur Df.
2°)Déterminer la limite de f à droite en 0 et en +∞.
3°) Donner le tableau de variation de f .

4– A-La fonction g est définie sur I =]0 ; + ∞ [par $g(x) = 1 + x^2 - \ln x$.
1°) Calculer la dérivée g' de g sur I.
2°) Donner le tableau de variation de g sur I en justifiant le signe de g'(x).(Les limites aux bornes ne sont pas demandées)
3°) Préciser le minimum de g arrondi au centième. En déduire le signe de g sur I.

B-
Soit f la fonction définie sur I par $f(x) = x + \dfrac{\ln x}{x}$.
Le plan est muni d'un repère orthonormal (O ; i , j) (Unité :1cm).On appelle C_f la courbe de f.
1°) Calculer la limite de f en + ∞ .
2°) Calculer la limite de f à droite en 0 .Que peut - on en déduire pour la courbe C_f ?
3°)a) Calculer la dérivée f' de f et montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
b) En déduire le signe de $f'(x)$ sur I ?
c) Donner le tableau de variation de f sur I .
4°)a) Montrer que f admet une asymptote oblique D dont on précisera l'équation.
b) Déterminer la position relative de C_f et D sur I .(On précisera les coordonnées du point A d'intersection de C_f et D)
5°)Construire sur I la courbe C_f , et les asymptotes .

5–

Les quatre questions suivantes sont indépendantes.

1. Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par
$f(x) = 2x + 1 + \ln x$.
Déterminer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

2. Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = 3x - \ln x$.
a. Déterminer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.
b. Vérifier que, pour tout x de $]0, +\infty[$, $f(x) = x\left[3 - \dfrac{\ln x}{x}\right]$.
En déduire $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

3. Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = 1 + \dfrac{\ln x}{x}$.
a. Déterminer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.
b. Que peut-on déduire du **a.** pour la courbe représentative $\mathscr{C}$ de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$?

4. Soit f la fonction définie sur $\left]-\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$ par $f(t) = \ln(2t + 1)$.
Déterminer $\lim\limits_{t\to -\frac{1}{2}} f(t)$ et $\lim\limits_{t\to +\infty} f(t)$.

TP N° 6 BTS BAT 2 LIMITES. ASYMPTOTES FONCTION EXP

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur R par $f(x)= e^x + \frac{x}{2} - 1$

1°) a) Déterminer la limite de f(x) en - ∞ .

b)Montrer que la courbe C de f admet au voisinage de - ∞.une asymptote oblique D dont on donnera une équation .

c)Etudier la position relative de D et C.

2°) Calculer f ’ (x) et étudier son signe.

3°) Donner le tableau de variation de f .

4°) Donner une équation de la tangente au point d’abscisse 0.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur R par $f(x)= e^{2x} - 4 e^x + 3$.

1°) Déterminer la limite de f en - ∞ . Que peut-on en déduire pour la courbe C de f ?

2°) Déterminer la limite de f en + ∞.(On pourra factoriser f(x) par e^{2x})

3°) Calculer f ’ (x) et étudier son signe.

4°) Donner le tableau de variation de f .

5°) Déterminer les coordonnées des points d’intersection de la courbe C avec l’axe des abscisses.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur R par $f(x)= xe^x + x$.

1°) a) Déterminer la limite de f(x) en - ∞ .

b) Montrer que la courbe C de f admet au voisinage de - ∞ une asymptote oblique D ,dont on donnera une équation .

c) Etudier la position relative de D et C.

2°) Déterminer la limite de f en + ∞.

3°) Calculer f ‘ (x) et étudier son signe.

4°) Donner le tableau de variation de f .

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur R par $f(x)= (x^3 - 2x - 2)\, e^x$.

1°) Déterminer la limite de f(x) en + ∞ .

2°) Déterminer la limite de f en - ∞.(On pourra développer f(x)).

3°) Calculer f ‘ (x) et étudier son signe.

4°) Donner le tableau de variation de f .

5°)a) Déterminer les réels a , b et c tels que $x^3 - 2x - 2 = (x + 1)(a x^2 + bx + c)$

b) En déduire les solutions de l’équation f(x) =0.

Exercice 5

Les trois questions suivantes sont indépendantes.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^x + e^{-x}$.
Déterminer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (1-x)e^x$.

a. Déterminer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

b. Vérifier que, pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x) = e^x - xe^x$. En déduire $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

Que peut-on déduire du résultat obtenu pour la courbe représentative $\mathscr{C}$ de f dans le plan muni d’un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$?

3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(t) = (1+t)e^{-2t}$.

a. Déterminer $\lim_{t\to-\infty} f(t)$.

b. Vérifier que, pour tout nombre réel t,

$f(t) = \frac{1}{e^{2t}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2t}{e^{2t}}$. En déduire $\lim_{t\to+\infty} f(t)$.