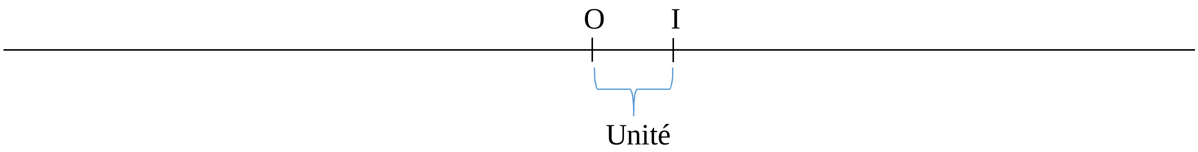
REPERAGE

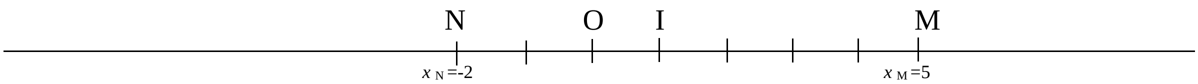
I Repérage sur une droite

Définir un repère sur une droite D c'est se donner deux points distincts O et I de D, pris dans cet ordre et noté (O,I).

O s'appelle l'origine du repère et la longueur OI donne l'unité du repère.



Exemple

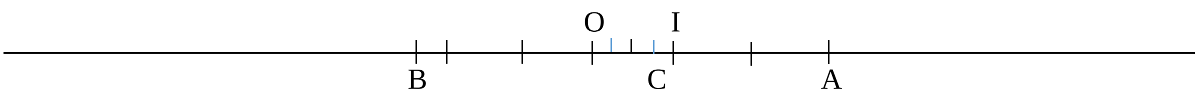


Dans le repère (O, I) le point M a pour abscisse 5 et le point N a pour abscisse – 2

On écrit $x_M = 5$ et $x_N = -2$.

Application

Placer les points suivants A(3) B (-2,5) C($\frac{3}{4}$)



II Repérage dans le plan

1°) Définitions

Définir un repère du plan, c'est se donner trois points O, I, et J NON ALIGNES et pris dans cet ordre.

O s'appelle L'ORIGINE DU REPERE .

Les droites (OI) et (OJ) sont sécantes en O.

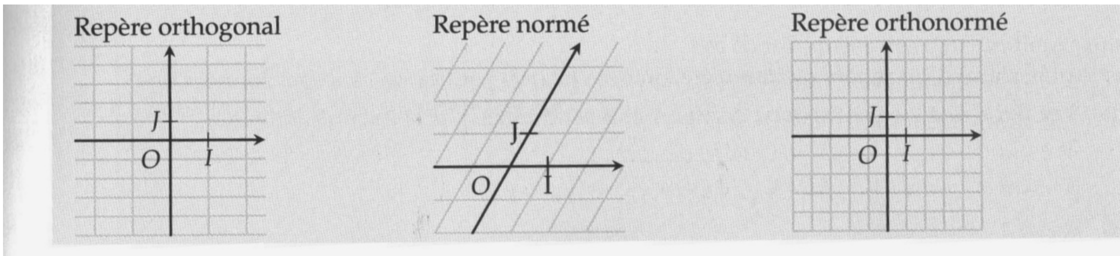
Ce repère se note (O,I,J)

(OI) s'appelle l'axe des abscisses ; il a pour unité la longueur OI

(OJ) s'appelle l'axe des ordonnées ; il a pour unité la longueur OJ

2°) Repères

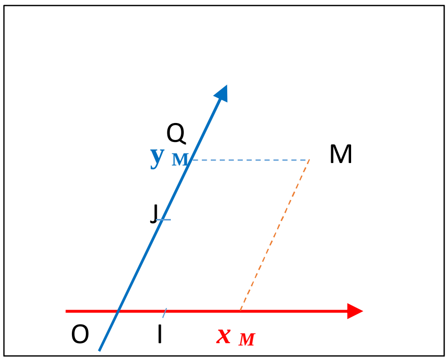
a) **Repère quelconque** : Le triangle OIJ est quelconque
b) **Repère Orthogonal :** Le triangle OIJ est rectangle en O
c) **Repère normé :** Le triangle OIJ est isocèle en O.
d) **Repère orthonormal ou orthonormé :** le triangle OIJ est rectangle isocèle en O.



(OI) $\perp$ (OJ) OI = OJ (OI) $\perp$ (OJ) et OI =OJ

III Coordonnées d'un point du plan

1°) Définition



Le plan est rapporté à un repère (O, I, J).

Soit M un point quelconque du plan.

On considère le point P de (OI) tel que (PM) // (OJ)

et le point Q de (OJ) tel que (QM) //(OI).

OPMQ est un parallélogramme.

Soit x_M le réel qui correspond à la position du point P sur (OI) : x_M est L'ABSCISSE du point M

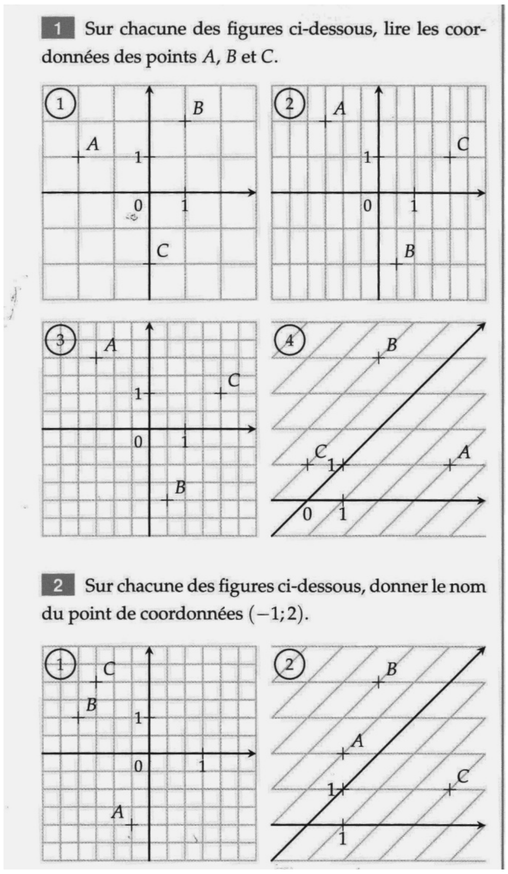
Soit y_M le réel qui correspond à la position du point M sur (OJ) : y_M est l'ordonnées du point M

Définition

On appelle coordonnées du point M le couple (x_M ; y_M). **Ce couple est UNIQUE**.

x_M est L'ABSCISSE du point M ; **y_M est l'ORDONNEE** du point M. On écrit M(**x_M ; y_M**)

Exemples et applications :



1 Sur chacune des figures ci-dessous, lire les coordonnées des points *A*, *B* et *C*.

2 Sur chacune des figures ci-dessous, donner le nom du point de coordonnées $(-1;2)$.

2°) Coordonnées du milieu

a) Théorème 1 (admis)

Soient deux points A (x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) dans un repère (O,I,J).

Le milieu I du segment [AB] est le point E de coordonnées (x_E ; y_E) définies par

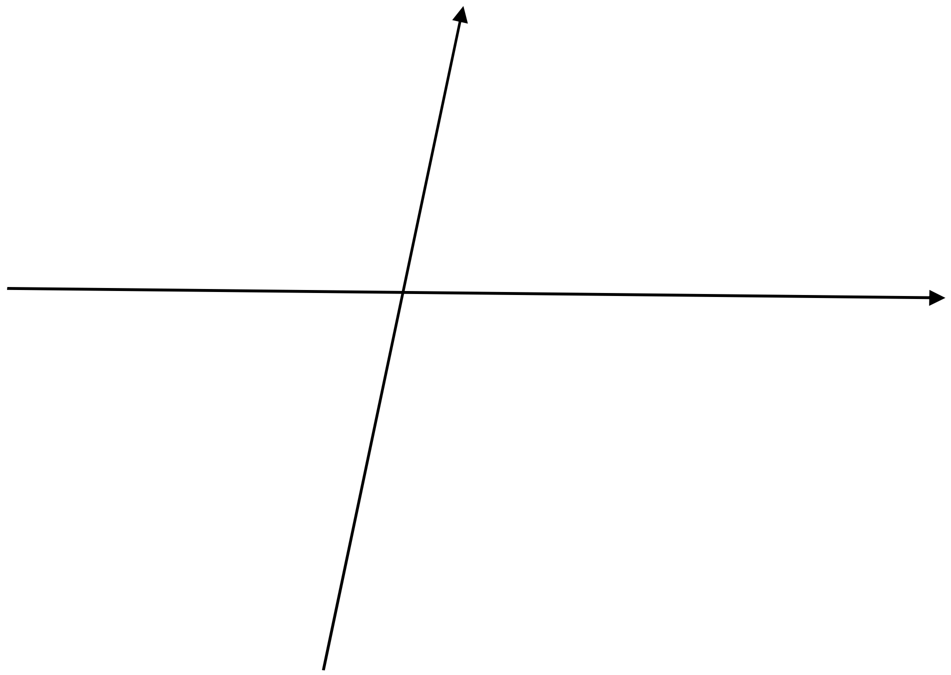
$$x_E = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{et} \quad y_E = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Exemple :

Dans un repère orthogonal (O,I,J) on a les points A(-2 ; 5) et B(6 ; 1).

1-Placer les points A et B

2- Déterminer les coordonnées du point E milieu du segment [AB] ;



b) **<u>Utiliser les coordonnées du milieu</u>**

Grâce à ce théorème on peut démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme.

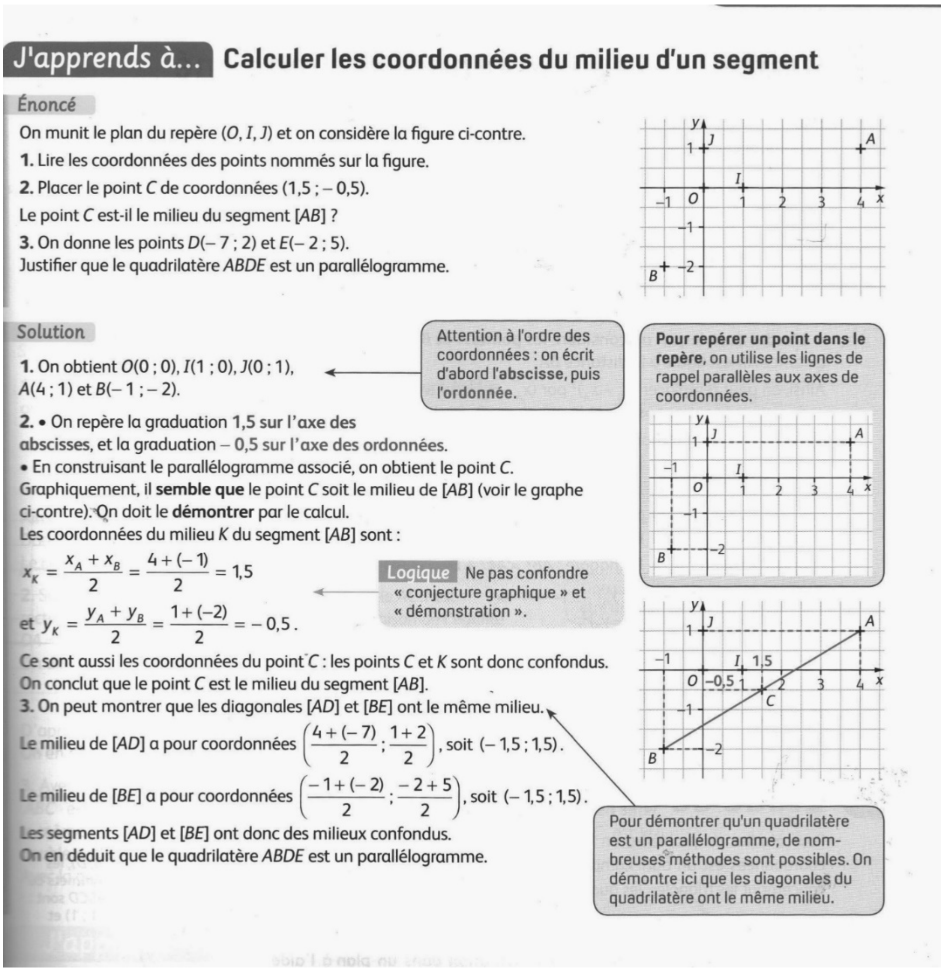
<u>Exemples :</u>

1) Dans un repère orthonormé (O , I , J) on donne les points P (-1 ; 1) Q (2 ; -1) et R (-2 ; -4)

a.Calculez les coordonnées du milieu A de [PR].

b.On note S le point tel que PQRS est un parallélogramme. Placer S sur le dessin puis calculez ses coordonnées.

2)



J'apprends à... Calculer les coordonnées du milieu d'un segment

Énoncé

On munit le plan du repère (O, I, J) et on considère la figure ci-contre.

1. Lire les coordonnées des points nommés sur la figure.

2. Placer le point C de coordonnées $(1{,}5\,;-0{,}5)$.

Le point C est-il le milieu du segment $[AB]$?

3. On donne les points $D(-7\,;2)$ et $E(-2\,;5)$.

Justifier que le quadrilatère $ABDE$ est un parallélogramme.

Solution

1. On obtient $O(0\,;0)$, $I(1\,;0)$, $J(0\,;1)$, $A(4\,;1)$ et $B(-1\,;-2)$.

Attention à l'ordre des coordonnées : on écrit d'abord **l'abscisse**, puis **l'ordonnée**.

2. • On repère la graduation 1,5 sur l'axe des abscisses, et la graduation $-0{,}5$ sur l'axe des ordonnées.

• En construisant le parallélogramme associé, on obtient le point C.

Graphiquement, il **semble que** le point C soit le milieu de $[AB]$ (voir le graphe ci-contre). On doit le **démontrer** par le calcul.

Les coordonnées du milieu K du segment $[AB]$ sont :

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{4+(-1)}{2} = 1{,}5$$

$$\text{et } y_K = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1+(-2)}{2} = -0{,}5.$$

Logique Ne pas confondre « conjecture graphique » et « démonstration ».

Ce sont aussi les coordonnées du point C : les points C et K sont donc confondus.

On conclut que le point C est le milieu du segment $[AB]$.

3. On peut montrer que les diagonales $[AD]$ et $[BE]$ ont le même milieu.

Le milieu de $[AD]$ a pour coordonnées $\left(\frac{4+(-7)}{2}\,;\frac{1+2}{2}\right)$, soit $(-1{,}5\,;1{,}5)$.

Le milieu de $[BE]$ a pour coordonnées $\left(\frac{-1+(-2)}{2}\,;\frac{-2+5}{2}\right)$, soit $(-1{,}5\,;1{,}5)$.

Les segments $[AD]$ et $[BE]$ ont donc des milieux confondus.

On en déduit que le quadrilatère $ABDE$ est un parallélogramme.

Pour repérer un point dans le repère, on utilise les lignes de rappel parallèles aux axes de coordonnées.

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme, de nombreuses méthodes sont possibles. On démontre ici que les diagonales du quadrilatère ont le même milieu.

APPLICATION : exercice 7 p 223

<u>IV) Calculs de distance dans un repère orthonormé</u>

1) <u>Distance entre deux points</u>

<u>Théorème 2</u>

On munit le plan d'un repère orthonormé (O , I , J) .

La distance AB entre deux points A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) est telle que :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

DEMONSTRATION P 220

<u>Exemple :</u>

<u>On se place dans un repère orthonormé (O, I, J)</u> A(5 ;3) et B(-1 ; 2).

Alors AB = $\sqrt{(-1-5)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{37}$

2) Utiliser des calculs de distances

a) Savoir démontrer qu'une droite est une médiatrice

Soient A(2; 0), B(4; 4) et C (-3; 5).

1) Déterminer les coordonnées du milieu K de [AB].
2) Démontrer que C est un point de la médiatrice de [AB].

b)DISTANCES ET TRIANGLES

Exemple 1 : Soient A(-2; 3), B(-1;6) et C (4; 1). Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

Exemple 2 : Soient A(2; 4), B(1;1) et C (3 ; 1). Démontrer que le triangle ABC est isocèle en A.

Exemple 3 : Soient A(2; 0), B(1; $\sqrt{3}$). Démontrer que le triangle OAB est équilatéral en A.

c)DISTANCES ET QUADRILATERES

Soient A(-1; -2), B(-2;1) C (1; 0) et D(2;-3).

Placer les points dans un repère. Quelle semble être la nature du quadrilatère ABCD.

Le démontrer

d)DISTANCES ET CERCLES p 221

Énoncé

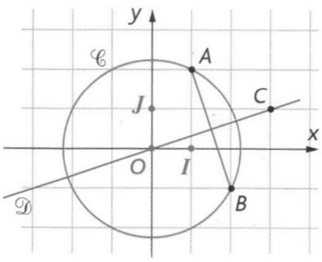
Dans un repère orthonormé (O, I, J), placer les points $A(1;2)$, $B(2;-1)$ et $C(3;1)$. Puis tracer le cercle $\mathscr{C}$ de centre O passant par A et la médiatrice $\mathscr{D}$ du segment $[AB]$.

Camille affirme en regardant son dessin : « Le cercle $\mathscr{C}$ passe par B et $\mathscr{D}$ est la droite (OC). »

Son professeur rétorque : « Ce ne sont que des conjectures ! Il faut justifier ces affirmations. »

Aider Camille à montrer que $B \in \mathscr{C}$ et que $\mathscr{D} = (OC)$.

Solution rédigée



- $OA = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ et $OB = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$.

Ainsi $OA = OB$, ce qui permet d'affirmer d'une part que $B \in \mathscr{C}$ (point ❶) et d'autre part que $O \in \mathscr{D}$ (point ❷).

- $CA = \sqrt{(1-3)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$.

$CB = \sqrt{(2-3)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$.

Ainsi $CA = CB$, donc $C \in \mathscr{D}$ (point ❷).

- O et C appartiennent à $\mathscr{D}$, donc $\mathscr{D} = (OC)$ (point ❸).

Points méthode

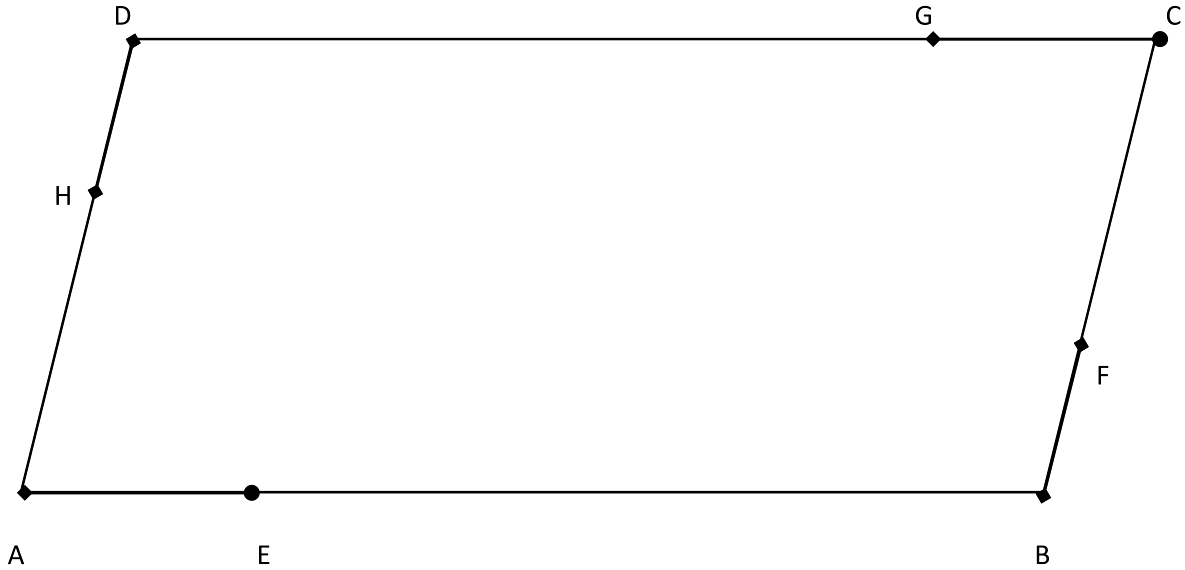
❶ Le cercle $\mathscr{C}$ de centre O passant par A est l'ensemble des points M du plan vérifiant $OM = OA$. Il suffit donc de calculer les longueurs OA et OB pour savoir si $B \in \mathscr{C}$.

❷ La médiatrice d'un segment est la droite constituée des points situés à égale distance des extrémités de ce segment.

❸ Il existe une unique droite passant par deux points distincts donnés.

Ex 24 p 230

V) Bien choisir un repère pour démontrer les propriétés d'une configuration



Soit ABCD un parallélogramme. Les points E, F, G et H sont définis par :

AE = $\frac{1}{5}$ AB

BF= $\frac{1}{3}$ BC

CG = $\frac{1}{5}$ CD

DH = $\frac{1}{3}$ DA

On se place dans le repère (A,B,D) .

1°) Déterminer les coordonnées des points E, F , G et H.

2°) Démontrer que EFGH est un parallélogramme.

Exercice 42 p231