SUITES
FICHE 1 : GENERALITES

1°) Définition

Une suite est une fonction de N (ou d'une partie A de N) dans R.

Notation

$$U : \begin{array}{ccc} A & \longrightarrow & R \\ n & \longmapsto & U_n \end{array}$$ au lieu de U (n) .

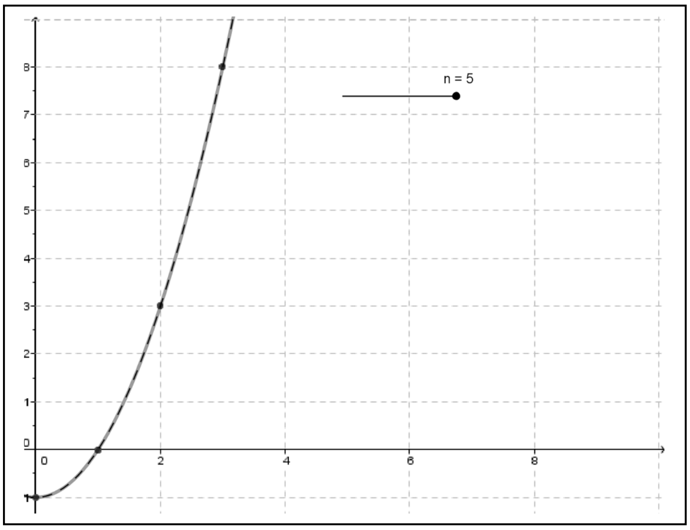
U_n est le terme de rang ou d'indice n .La suite U est notée (U_n) ou $(U_n)_{n \in A}$

2°) Suite définie par une formule explicite

La suite (U_n) est définie à partir d'une fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ $U_n = f(n)$.

Ex : $U_n = n^2 - 1$

$U_0 =$ $U_1 =$ $U_2 =$ $U_3 =$



3°) Suite définie par une formule de récurrence

La suite est définie par:

- Un premier terme U_0 ou U_1
- Le terme de rang n +1, U_{n+1}, est défini à partir du terme de rang n, U_n
  f fonction définie sur I intervalle de R, k ∈ I, **f(I) inclus dans I**

On définit alors la suite (U_n) par $\begin{cases} U_0 = k \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

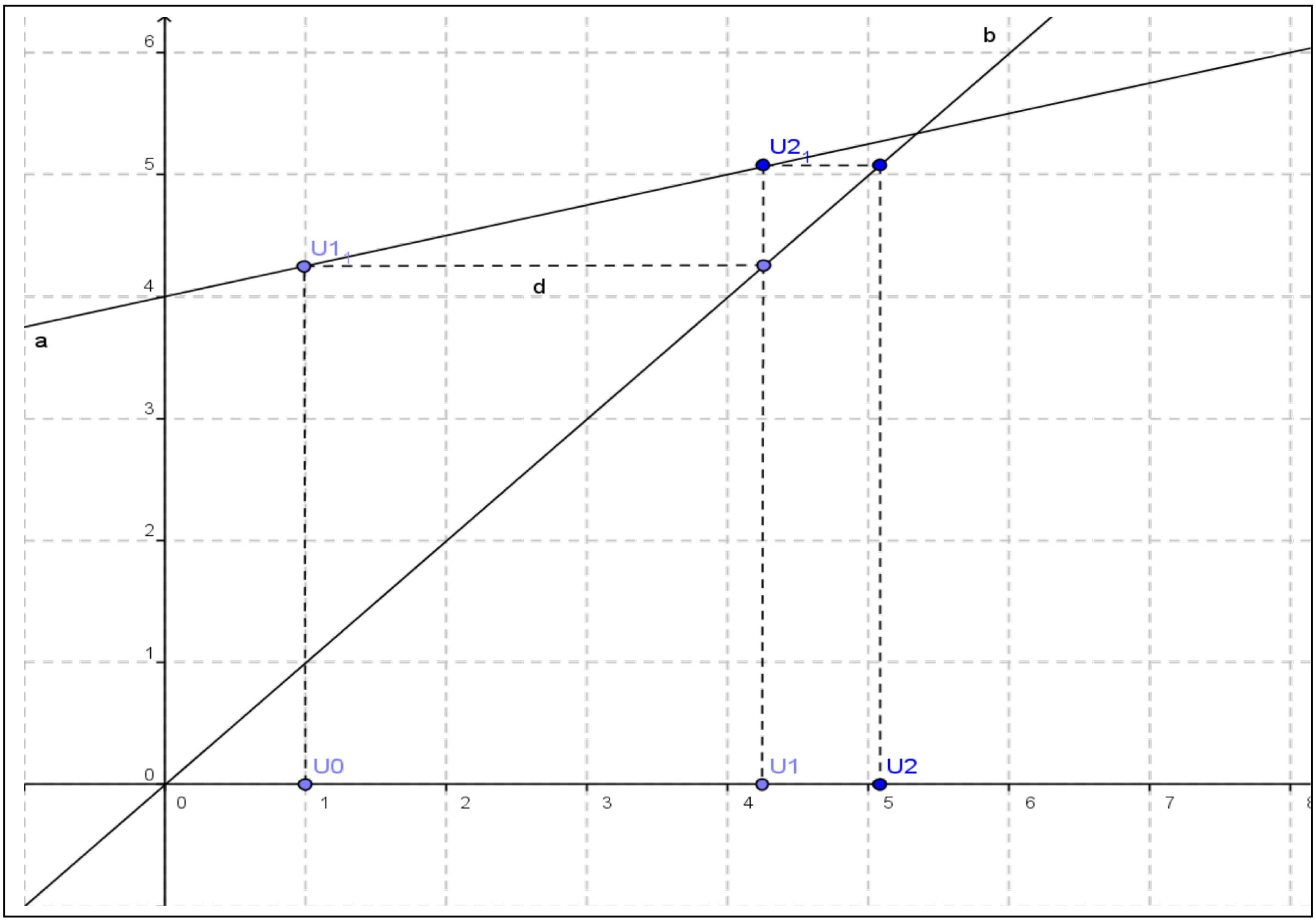
Ex:

On définit la suite (U_n) par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = 0.25U_n + 4 \end{cases}$

1°) Calculer U_1, U_2, U_6 .

2°) Construire le graphique de la suite.

$U_1 = 0.25 + 4 = 4.25$ $U_2 = 5.0625$ $U_3 = 5.2656$ $U4 = 5.3164$ … $U_6 = 5.3322$



3°) Deux suites fondamentales

a) Suites arithmétiques

- Dire qu'une suite est arithmétique signifie qu'il existe un réel r tel que, pour tout entier naturel n :

$$\boxed{U_{n+1} = U_n + r}$$ où r est la raison de la suite.

- Si (U_n) est une suite arithmétique de raison r, de premier terme U_0 alors , pour tout entier naturel n , on a

$$\boxed{U_n = U_0 + nr}$$

De plus pour tout entier naturel k : $\boxed{U_n = U_k + (n-k)r}$

Somme des n premiers termes d'une suite arithmétique

(U_n) suite arithmétique de raison r et de premier terme U_1 : $U_1 + U_2 + \ldots + U_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$	(U_n) suite arithmétique de raison r et de premier terme U_0 : $U_0 + U_1 + \ldots + U_n = \frac{(n+1)}{2}(U_0 + U_n)$

b)Suites géométriques

* Dire qu'une suite est géométrique signifie qu'il existe un réel q tel que , pour tout entier naturel n :

$$\boxed{U_{n+1} = q\,U_n}$$ q est la raison de la suite géométrique

* Si (U_n) est une suite géométrique de raison q, de premier terme U_0 alors pour tout entier naturel n , on a

$$\boxed{U_n = U_0 \times q^n}$$

De plus pour tout entier naturel k : $\boxed{U_n = U_k \times q^{n-k}}$

Somme des premiers termes d'une suite géométrique

Pour tout réel $q \neq 1$ $\boxed{1 + q + q^2 + \ldots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}}$

(U_n) suite géométrique de raison $q \neq 1$et de premier terme U_0 : $U_0 + U_1 + \ldots + U_n = U_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$	(U_n) suite géométrique de raison $q \neq 1$et de premier terme U_1 : $U_1 + U_2 + \ldots + U_n = U_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$

CES NOTIONS SONT FONDAMENTALES. ELLES DOIVENT ETRE PARFAITEMENT SUES ET MAITRISEES