RESOLUTIONS D'INEQUATIONS AVEC PRODUIT OU QUOTIENT

I Résolution d'inéquations où figure un produit de facteurs du premier degré

Cas 1 : f (x) est sous forme factorisée c'est- à – dire sous une forme du type f(x) = (ax + b) (cx + d) alors **on étudiera le signe de f(x) dans un tableau de signe**
puis on conclura à l'aide du résultat obtenu grâce à la règle des signes.

Exemple 1 :
f(x) = (x + 3) (x – 1) . Résoudre f(x) $\leq$ 0.

Etape 1 : On cherche d'abord les valeurs qui annulent f(x)
Ici, f(x) = 0 équivaut à x = -3 ou x = 1.

Etape 2 : on fait notre tableau et on le complète **en commençant par placer les valeurs qui annulent f(x) DANS L'ORDRE CROISSANT puis en mettant « les zéros »** et enfin les signes :

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$x + 3$		-	0	+		+	
$x - 1$		-		-	0	+	
f(x)		+	0	-	0	+	

Etape 3 : on interprète les résultats du tableau pour résoudre l'inéquation.

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$x + 3$		-	0	+		+	
$x - 1$		-		-	0	+	
f(x)		+	0	-	0	+	

Est NEGATIF ici

f(x)$\leq$0

SOLUTION :

S = [−3; 1]

II) Résolution algébrique d'inéquations où figure un quotient

Exemple : f est la fonction homographique f(x) = $\frac{5x+2}{x-1}$. Résoudre f (x) ≥ 0

Etape 1: On détermine la (ou les) valeur(s) interdite(s) et ainsi l'ensemble D sur lequel
l'équation a un sens. Ici $x \neq 1$ d'où D= R\{ 1}.
Etape 2 : On cherche ensuite les valeurs qui annulent f(x).
Ici, f(x) = 0 équivaut à $x = -\frac{2}{5}$
Etape 3 : on fait notre tableau et on le complète **en commençant par placer les valeurs interdites et les valeurs qui annulent f(x) DANS L'ORDRE CROISSANT puis en mettant « les zéros », les doubles barres pour les valeurs interdites** et enfin les signes :

x	$-\infty$		$\frac{-2}{5}$		1		$+\infty$
$5x+2$		-	0	+	|	+	
$x-1$		-	|	-	0	+	
f(x)		+	0	-	||	+	

ATTENTION à la double barre et à « ouvrir l'intervalle » là où on a une **valeur interdite**

On conclut S =] $-\infty$;$-\frac{2}{5}$] U **]1** ; $+\infty$[