PISTES DE REVISIONS

EX 1

1- En 2010, 50 milliers d'arbres passent leur existence dans la forêt. Par conséquent, nous avons bien $u_0 = 50$.

Lorsque 5% des arbres sont lâchement abattus au cours d'une année, combien en reste-il ?

$$u_n \times \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 0,95u_n$$

En effet, 0,95 est le coefficient multiplicateur qui correspond à -5%. Par ailleurs, on replante 3 milliers d'arbres chaque année. Donc $u_{n+1} = 0,95u_n + 3$.

2- a) Pour montrer qu'une suite (v_n) est géométrique alors qu'elle est exprimée en fonction d'une suite arithmético-géométrique (u_n), la procédure est toujours la même : il faut exprimer v_{n+1} en fonction de u_{n+1}, puis de u_n, puis de v_n. La démarche est simple car c'est un enchaînement de copier-coller, avec toutefois une factorisation un peu périlleuse…

$v_{n+1} = 60 - u_{n+1}$
$\Leftrightarrow v_{n+1} = 60 - (0,95u_n + 3)$
$\Leftrightarrow v_{n+1} = 57 - 0,95u_n$
$\Leftrightarrow v_{n+1} = 0,95(60 - u_n)$
$\Leftrightarrow v_{n+1} = 0,95v_n$

Donc (v_n) est une suite géométrique de raison 0,95.

b) Question facile : $v_0 = 60 - u_0 = 60 - 50 = 10$.

Le énième terme d'une suite géométrique s'exprime comme le premier terme multiplié par la raison à la puissance n. Donc $v_n = 10 \times 0,95^n$.

c) Là encore, il s'agit d'un simple copier-coller. Nous savons que $u_n = 60 - v_n$, donc $u_n = 60 - 10(0,95)^n$.

3- Le nombre d'arbres en 2015 est donné par u_5. En utilisant la formule précédente, on obtient $u_5 = 52,262$, soit 52 262 arbres.

EX 2

1°) $U_0 = 0^2 + 5\text{x}0 + 1 = 1$ $U_1 = 1^2 + 5\text{x}1 + 1 = 7$ $U_2 = 2^2 + 5\text{x}2 + 1 = 15$

2°) $U_{n+1} = (n+1)^2 + 5\text{x}(n+1) + 1 = n^2 + 7n + 7$

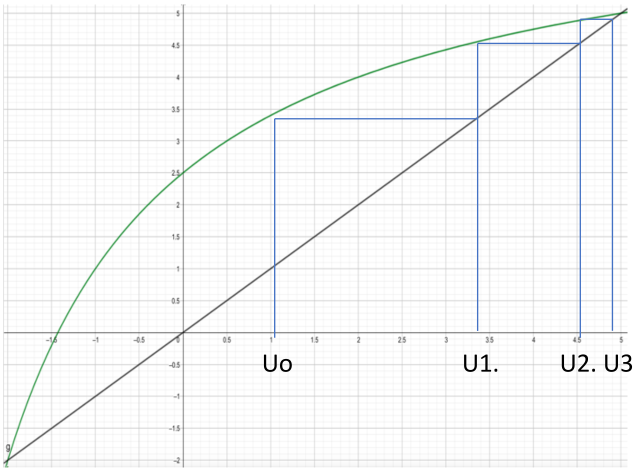
$U_{2n} = (2n)^2 + 5\text{x}2n + 1 = 4n^2 + 10n + 1$

Ex 3

1°) $U_2 = \frac{2\times2}{2-1} = 4$ $U_3 = \frac{2\times3}{3-1} = 3$ $U_4 = \frac{2\times4}{4-1} = \frac{8}{3}$

2°) $U_{n+1} = \frac{2\times(n+1)}{n+1-1} = \frac{2n+2}{n}$

Ex 4



Ex 5

a) $3x^2 - 2x - 5 = 0.$

$\Delta = 64$ $x1 = -1$ $x2 = 5/3$

$S = \left\{-1;\ \frac{5}{3}\right\}$

b) D'après la règle sur le signe du trinôme on en déduit le tableau de signe suivant

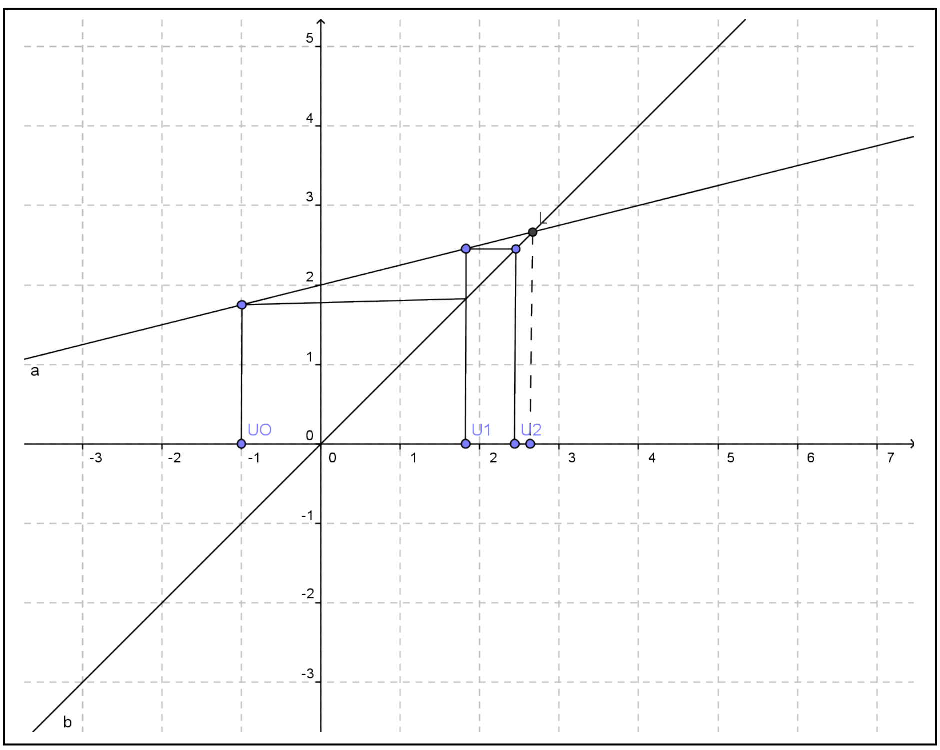
x $-\infty$	-2	-1	$5/3$	$+\infty$
$3x^2 - 2x - 5$	+	+ 0	− 0	+
$x + 2$	− 0	+	+	+
$(3x^2 - 2x - 5)(x+2)$	− 0	+ 0	− 0	+

$S =]-2\ ;\ -1[\ \cup\ ]5/3\ ;\ +\infty[$

Ex6

On considère la suite (U_n) définie par :

1. $\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{4} U_n + 2 \end{cases}$



On peut conjecturer $l \approx 2.6$

2. On considère la suite (V_n) définie par $V_n = U_n - \frac{8}{3}$

a) Pour tout entier naturel n

$V_{n+1} = U_{n+1} - \frac{8}{3}$

$V_{n+1} = \frac{1}{4} U_n + 2 - \frac{8}{3} = \frac{1}{4} U_n - \frac{2}{3}$

$V_{n+1} = \frac{1}{4} (U_n - \frac{8}{3})$ soit

$V_{n+1} = \frac{1}{4} V_n$

la suite (V_n) est donc une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$ et de premier terme $V_0 = U_0 - \frac{8}{3} = - \frac{11}{3}$

b) Exprimer V_n en fonction de n puis U_n en fonction de n .

$V_n = V_0 q^n$ soit $V_n = - \frac{11}{3} (\frac{1}{4})^n$

Comme $V_n = U_n - \frac{8}{3}$ alors $U_n = V_n + \frac{8}{3}$ soit pout tout n de N $U_n = - \frac{11}{3} (\frac{1}{4})^n + \frac{8}{3}$