NOM :
NOTE :

**DEVOIR MAISON FLASH N°3 OBLIGATOIRE TERMINALE SPECIALITE MATHS**
**POUR LE 17/10/23**

**Exercice 3**

1- Conjecturer graphiquement les limites en $+\infty$ *et en* $-\infty$ des fonctions représentées ci-dessous. On donnera par ailleurs les équations des asymptotes horizontales éventuelles.

Solution commentée

1 On peut conjecturer que :

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ ; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ;

$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ ; $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ ;

$\lim\limits_{x \to -\infty} h(x) = -3$ ; $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = -3$ ;

$\lim\limits_{x \to -\infty} i(x) = 2$ ; $\lim\limits_{x \to +\infty} i(x) = -\infty$.

Ch admet la droite d'équation y=-3 comme asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$. Ci admet la droite d'équation y=2 comme asymptote horizontale au voisinage de $-\infty$.

2- Conjecturer graphiquement les limites aux bornes de leur ensemble de définition des deux fonctions f et g représentées ci-dessous. On donnera par ailleurs les équations des asymptotes éventuelles.

- La fonction $f$ est définie sur $]-\infty\,;2[\,\cup\,]2\,;+\infty[$.

On peut conjecturer que :

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 1$ ; $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x<2}} f(x) = -\infty$ ; $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x>2}} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$.

- La fonction $g$ est définie sur $]-\infty\,;-3[\,\cup\,]-3\,;2[\,\cup\,]2\,;+\infty[$.

On peut conjecturer que :

$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = 0$ ; $\lim\limits_{\substack{x \to -3 \\ x<-3}} g(x) = +\infty$ ; $\lim\limits_{\substack{x \to -3 \\ x>-3}} g(x) = -\infty$ ; $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x<2}} g(x) = +\infty$ ; $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x>2}} g(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 0$.

Les asymptotes horizontales Pour Cf : y =1. Pour Cg : y =0

Les asymptotes verticales Pour Cf : x = 2 pour Cg: x =-3 et x =2

**Exercice 3** Calculer la limite suivante $\lim\limits_{x \to +\infty} x^3 - 3x + 2$

On a une indéterminée « $\infty - \infty$ ». Donc on factorise par $x^3$

$x^3\left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{3}{x^2} = 0$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2}{x^3} = 0$ donc par somme $\lim\limits_{x \to +\infty} 1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} = 1$

Par produit $\lim\limits_{x \to +\infty} x^3 - 3x + 2 = +\infty$

**Exercice 4**

1°) Donner le signe du trinôme $-x^2+2x+3$

-1 est racine évidente, l'autre solution est $\frac{-c}{a}$ = 3. D'après la règle sur le signe du trinôme avec a=-1 c'est-à-dire a<0 on a le tableau de signe suivant :

| x | $-\infty$ | | -1 | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-x^2+2x+3$ | | - | 0 | + | 0 | - | |

2°) Soit la fonction f définie par f( $x$) =$\frac{3x-2}{-x^2+2x+3}$ . Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ x>-1}} f(x)$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ x>-1}} 3x-2=-5 \\ \\ \lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ x>-1}} -x^2+2x+3 = 0^+ \end{array}\right\} \text{Par quotient } \lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ x>-1}} f(x) = -\infty$$

3°) On appelle Cf la courbe de f. Interpréter graphiquement le résultat du 2°).

Cf admet la droite d'équation x = -1 comme asymptote verticale