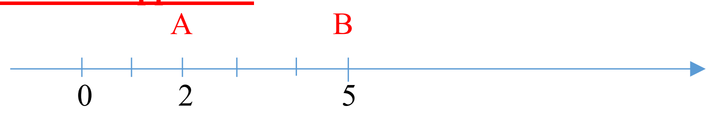
INEQUATIONS

FICHE 2 : Intervalles de R

1°) Première approche



Le segment $[AB]$ est l'ensemble des points de la droite dont l'abscisse x vérifie :

$$2 \leq x \leq 5$$

Par analogie, l'ensemble des réels x qui vérifient $2 \leq x \leq 5$ se note $[2;5]$

On l'appelle l'intervalle $[2;5]$.

2°) Des exemples (voir Cas général : p 72 du livre)

Intervalles — Inégalité(s) associée(s) — Représentation

bornés

$[2;5]$ fermé — $2 \leq x \leq 5$

$[-3;6[$ — $-3 \leq x < 6$

$]5\,;\,7]$ — $5 < x \leq 7$

$]-1\,;\,10[$ — $-1 < x < 10$

Non bornés

$[3;+\infty[$ — $x \geq 3$

3 est compris, on est à droite de 3

$]-1\,;+\infty[$ Ouvert — $x > -1$

-1 est exclu, on. est à droite de -1

$]-\infty\,;\,2]$ — $x \leq 2$

3 est compris, on est à droite de 3

$]-\infty\,;4[$ Ouvert — $x < 4$

4 est exclu, on est à gauche de 4

L'intervalle [a ; b] est fermé   L'intervalle] a ; b [est ouvert.

Les intervalles [a ; b [et] a ; b] sont semi- ouverts ou semi- fermés

Intervalles particuliers

- L'ensemble des réels se note R =]- ∞ ; + ∞ [
- L'ensemble vide ne contient aucun élément : il se note ∅
- Un ensemble contenant un seul réel ou singleton se note {a} ou [a ; a]

Exercices

1. Compléter à l'aide de l'un des symboles ∈ et ∉

a. 2 …. [1,4 ; 2, 0001 [b . $\frac{3}{5}$ ….] 0 ; 1] c. -1 …..[-5 ; -1 [d. -2 …..] -∞ ; -3]

2. Compléter le tableau ci-dessous

Intervalle	$x \in$ [-3 ; 7]			$x \in$]-∞ ;-3]
Inégalités		$-2 \leq x \leq 5$	$x > 3{,}2$	

3. Sur une droite graduée colorier chacun des intervalles suivants :

a. [-1 ; 3] --

b. b.]-∞ ; 0] --

c. [-2 ; $\frac{3}{2}$] --

3°) Intersection et réunion d'intervalles : étude d'exemples

Soit I et J deux intervalles de R.

Définition

Si $x \in$ I **et** $x \in$ J alors $x \in$ I ∩ J (on lit I inter J) : c'est l'intersection de I et J

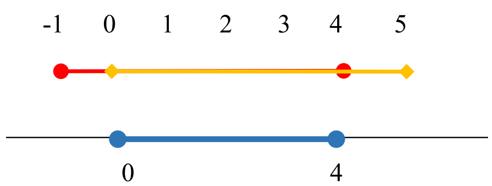
Si $x \in$ I **ou** $x \in$ J alors $x \in$ I ∪ J (on lit I union J) : c'est la réunion de I et J

Exemples

1. I = [-1 ; 4] et J = [0 ; 5] : I ∩ J = [0 ; 4]

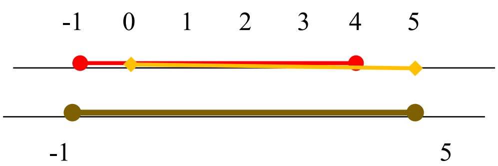
METHODE : Pour s'aider on représente les intervalles sur un schéma et on repasse chaque intervalle avec une couleur différente

Pour trouver I ∩ J on DOIT RENCONTRER LES DEUX COULEURS EN MEME TEMPS



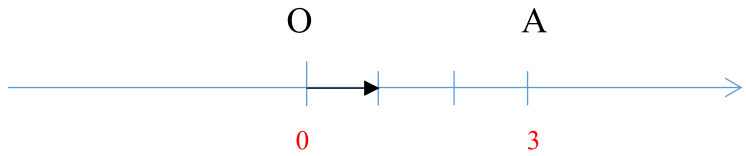
2. I=[-1 ; 4] et J = [0 ; 5] : I ∪ J = [-1 ; 5]

Pour trouver I ∪ J on DOIT PRENDRE « PARTOUT » OU IL Y A UNE COULEUR

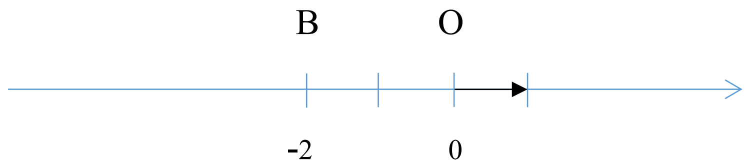


4°) Valeur absolue

a) Etude d'exemples



La distance OA est égale à 3. On a alors que OA= $|3| = 3$



La distance OB est égale à 2. On a alors que OB=$|-2| = 2$

b) Définition

x est l'abscisse d'un point M sur une droite graduée.
La valeur absolue de x *notée* $|x|$ est la distance OM. Ainsi OM = $|x|$.

Conséquences importantes :

1. $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$ calculette

Ex : $|-2| = 2$. $|13| = 13$ $|0| = 0$

2.Pour tout x , $|x| \geq 0$
3. Pour tout x $\sqrt{x^2} = |x|$

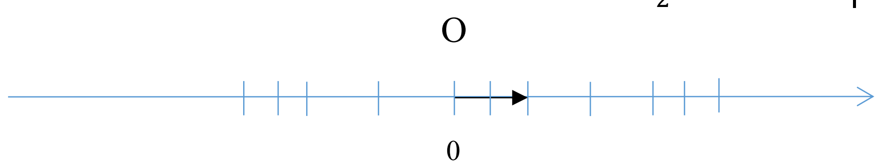
$\sqrt{9^2} = 9$ et $\sqrt{(-4)^2} = 4$

c) Intervalles et valeur absolue (voir p. 74)

Exemple:

$x \in \left[\frac{1}{2} - 3 \,;\, \frac{1}{2} + 3\right]$ équivaut à $\frac{1}{2} - 3 \leq x \leq \frac{1}{2} + 3$

soit à $-3 \leq x - \frac{1}{2} \leq 3$ càd $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq 3$



Le centre est $\frac{1}{2}$ et le rayon est 3 .

Propriété

Soit a un réel et r un réel positif.

$x \in [a - r\,;\, a + r]$ équivaut à $|x - a| \leq r$

Exercice :

Déterminer l'intervalle qui contient x :

$|x - 1| \leq 2$ $\quad$ $|x + 5| \leq 4$

$x \in [1 - 2\,;\, 1 + 2]$ soit. $x \in [-1\,;\, 3]$

$x \in [-5 - 4\,;\, -5 + 4]$ soit. $x \in [-9\,;\, -1]$