# Equations

## I) Equations du premier degré

### 1°) $x + b = 0$

**Exemples** 1: **Résoudre dans R les équations suivantes**

1°) $x - 2 = 0$ $x = 2$ $S = \{2\}$

2°) $x + 1 = 0$ $x = -1$ $S = \{-1\}$

3°) $x - \frac{5}{3} = 0$ équivaut à $x = \frac{5}{3}$ d'où $S = \{\frac{5}{3}\}$

4°) $x + \frac{4}{7} = 0$ équivaut à $x = -\frac{4}{7}$ d'où $S = \{-\frac{4}{7}\}$

$\boxed{x + b = 0 \quad \text{équivaut à} \quad x = -b}$

Attention au signe => $x + 3 = 0$ éq à $x = -3$.

$x - 3 = 0$ **éq à** $x = 3$

### 2°) $ax + b = 0$

**Exemples : Résoudre dans R les équations suivantes**

1°) $2x - 3 = 0$ équivaut à $2x = 3$ soit à $x = \frac{3}{2}$ d'où $S = \{\frac{3}{2}\}$

2°) $-4x + 10 = 0$ ‘’ $-4x = -10$ ‘’ $x = \frac{-10}{-4} = 2.5$ ‘’ $S = \{2.5\}$

3°) $-2x - 9 = 0$ équivaut à $x = \frac{9}{-2}$ d'où $S = \{-\frac{9}{2}\}$

4°) $5x + 1 = 0$ $x = \frac{-1}{5}$ $S = \{-\frac{1}{5}\}$

5°) $7x = 0$ $x = 0$ $S = \{0\}$

6°) $\frac{x}{8} = 0$ $x = 0$ $S = \{0\}$

On suppose que $a \neq 0$

$ax + b = 0$ équivaut à $x = -\frac{b}{a}$

attention au signe

**ATTENTION AU CAS PARTICULIER b=0 :**

$ax = 0$ ou $\frac{x}{a} = 0$ équivaut à $x = 0$

### 3°) Equations du type $mx + p = m'x + p'$.

**Le principe: on rassemble les termes en $x$ et les constantes pour se ramener à une équation du type $ax+b = 0$**

**Cas 1 : 1 unique solution**

$4x + 5 = 6x - 3$

$4x - 6x = -3 - 5$

ATTENTION AU CHANGEMENT DE SIGNE

$-2x = -8$ d'où $x = 4$ $S = \{4\}$

**Cas 2 : Une infinité de solutions**

$4x - 2 = 4x + 3 - 5$

$4x - 4x = -2 + 2$

$0x = 0$ d'où $S = \mathbb{R}$

**Cas 3 : Pas de solution**

$4x - 2 = 4x + 5$

$4x - 4x = 5 + 2$

$0x = 7$ d'où $S = \emptyset$

## II) Equations se ramenant au premier degré

### 1°) Développement , factorisation

ON DEVELOPPE : distributivité, identités remarquables

| FORME FACTORISEE<br><br>Produit ou quotient de facteurs | FORME DEVELOPEE<br><br>Somme de termes |
|---|---|
| $f(x) = x(x-3)$ | $f(x) = x^2 - 3x$ |

ON FACTORISE : facteur commun, identités remarquables

**Identités rem**

**ATTENTION** : ne pas écrire $ax^2$ en pensant à $(ax)^2$ car $\mathbf{(ax)^2 = a^2 x^2}$

| | |
|---|---|
| $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ | $(ax + b)^2 = (ax)^2 + 2(ax)b + b^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2$ |
| $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ | $(ax - b)^2 = (ax)^2 - 2(ax)b + b^2 = a^2x^2 - 2abx + b^2$ |
| $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ | $(ax + b)(ax - b) = (ax)^2 - b^2 = a^2x^2 - b^2$ |

## 2° ) Résolution algébrique d'équations

### 1°) Résolution d'équations du type $(ax + b)(cx + d) = 0$

**LA METHODE**

Pour résoudre une équation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$ on applique la **REGLE FONDAMENTALE** suivante :

**Un produit de facteur est nul si et seulement si au moins l'un des facteurs est nul.**

**C'est-à-dire**

**$A \times B = 0$ ssi $A = 0$ ou $B = 0$**

**Cas particulier : $A^2 = 0$ équivaut à $A=0$**

**Exemple 1** : **f ( $x$ ) est déjà sous forme factorisée**

On veut résoudre $(2x+3)(x-6) = 0$

Cela équivaut donc à $2x+3 = 0$ ou $x-6 = 0$ soit à $x = \frac{-3}{2}$ ou $x = 6$ on a finalement $S = \{ \frac{-3}{2} ; 6\}$

**Exemple 2 : f( $x$ ) est une identité remarquable**

On veut résoudre $(x-5)^2 - 81 = 0$

$(x-5)^2 - 9^2 = 0$ c'est-à-dire en factorisant

$(x-5-9)(x-5+9) = 0$ soit encore

$(x-14)(x+4) = 0$

Cela équivaut donc à $x - 14 = 0$ ou $x+4 = 0$ soit à $x = 14$ ou $x = -4$ on a finalement $S = \{-4 ; 14\}$

**Exemple 3 : f( $x$ ) a un facteur commun**

On veut résoudre $(x-1)(x+3) - 5(x-1) = 0$

$\underline{(x-1)} \times (x+3) - \underline{(x-1)} \times 5 = 0$

On factorise et l'équation équivaut donc à

$\underline{(x-1)} [(x+3) - 5] = (x-1)(x-2)$ Cela équivaut donc à

$x - 1 = 0$ ou $x - 2 = 0$ soit à $x = 1$ ou $x = 2$ on a finalement $S = \{1; 2\}$

## 2°) Résolution d'équations du type $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$

**On suppose $B \neq 0$**

$$\frac{A}{B} = 0 \quad \text{ssi} \quad A = 0$$

**Pour résoudre $\frac{A(x)}{B(x)} = 0$**

**Etape 1:** On détermine la (ou les) valeur(s) interdite(s) et ainsi l'ensemble D sur lequel l'équation a un sens.

**Etape 2 :** On résout l'équation sur D en appliquant la règle suivante

Un quotient est nul ssi son numérateur est nul

**Exemple** :

$f(x) = \frac{5x+2}{x-1}$. Résoudre $f(x) = 0$

On cherche l'ensemble de définition D et pour cela on cherche la valeur interdite:

$f(x)$ est définie ssi $x - 1 \neq 0$ c'est-à-dire $x \neq 1$. **1 est la valeur interdite**.

On en déduit que **D =R\{ 1 }** .

On résout $f(x) = 0$ pour tout $x$ dans D et on trouve $\frac{5x+2}{x-1} = 0$ équivaut à $x = \frac{-2}{5}$. $S = \{ \frac{-2}{5} \}$