DEVOIR MAISON TS2 N°1 CORRIGE

Exercice 1

1°) Considérons le trinôme $x^2 + 3x + 2$, il faut que $x^2 + 3x + 2 \neq 0$. Or -1 est une racine évidente donc l'autre solution est $-\frac{c}{a}$ c'est-à-dire -2 . L'inéquation donnée est donc définie si x appartient à $\mathbb{R} - \{-2; -1\}$. De plus le trinôme $2x^2 + x - 3$ admet 1 comme racine évidente , l'autre solution est $\frac{-3}{2}$. Grâce à la règle sur le signe du trinôme on a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ $\quad$ -2	$\frac{-3}{2}$	-1	1	$+\infty$
$2x^2 + x - 3$	+	+	0 -	-	0 +
$x^2 + 3x + 2$	+	0 -	-	0 +	+
$\frac{2x2 + x - 3}{x^2+3x+2}$	+	‖ −	0 +	‖ −	0 +

$S = \left]-2; -\frac{3}{2}\right] \cup]-1; 1]$

2°) $(x^2 \ (x-4) - (x-4))(x^2 + x - 6) = 0$ équivaut à $(x^2 - 1)(x-4)(x^2 + x - 6) = 0$ soit à

$(x - 1)(x + 1)(x-4)(x^2 + x - 6) = 0$ c'est – à – dire
$x - 1 = 0$ ou $x + 1 = 0$ ou $x - 4 = 0$ ou $x^2 + x - 6 = 0$
$x = 1$ ou $x = -1$ ou $x = 4$ ou $x^2 + x - 6 = 0$ $\Delta = 25$ d'où $x_1 = 2$ et $x_2 = -3$

$S = \{-3; -1; 1; 2; 4\}$.

Exercice 2

Point méthode
On suit les étapes décrites dans le cours.

1. On étudie le signe de la fonction dérivée f'.

① Calcul de la fonction dérivée

On a, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2\times 3x^2 - 3\times 2x - 12\times 1 + 0 = 6x^2 - 6x - 12$.

② Étude du signe de la fonction dérivée

f' est un trinôme du second degré admettant pour discriminant $\Delta = 324$ et donc $x_1 = -1$ et $x_2 = 2$ pour racines. Comme a=6 càd a>0

On obtient donc le tableau de signes suivant d'après la règle sur le signe du trinôme

Rappel
Si $a > 0$, alors on a :

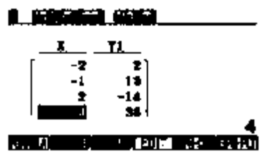
x	-2		-1		2		4
$f'(x)$		+	0	−	0	+	

③ Construction du tableau de variations

Dans le tableau de variations, on inclut une première ligne précisant le signe de la dérivée f' : on en déduit, en dessous, les conséquences pour les variations de f.

x	-2		-1		2		4
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	2	↗	13	↘	−14	↗	38

Point méthode
1. ⑤ On peut obtenir ces valeurs à partir du tableau de valeurs de la calculatrice.



④ Calcul des images par f

On intègre ces valeurs au tableau de variations.

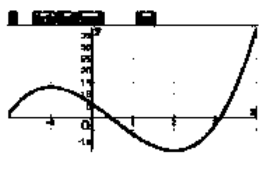
$f(-2) = 2$ $\qquad$ $f(-1) = 13$ $\qquad$ $f(2) = -14$ $\qquad$ $f(4) = 38$

2. D'après le tableau de variations, pour tout réel x de l'intervalle $[-2; 4]$:

- $f(x) \leqslant 38$ et $f(4) = 38$. Ainsi, le maximum de f sur $[-2; 4]$ est 38, atteint pour $x = 4$.
- $f(x) \geqslant -14$ et $f(2) = -14$. Ainsi, le minimum de f sur $[-2; 4]$ est -14, atteint pour $x = 2$.

Par ailleurs, la dérivée s'annule en changeant de signe en -1.
Ainsi, 13 est un maximum local de f.
On vérifie les résultats en traçant la représentation graphique de f sur $[-2; 4]$.

Point méthode
Le tableau de variations permet de bien paramétrer la fenêtre.
$x_{min} = -2$ $\qquad$ $x_{max} = 4$
$y_{min} = -14$ $\qquad$ $y_{max} = 38$



Exercice 3

On considère la suite (U_n) définie par :

1. $\begin{cases} U_0 = -3 \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{6} U_n + 5 \end{cases}$

1°) $U_0 = -3$ $U_1 = 4.5$ $U_2 = 5.75$ $U_3 = 5.9583$ $U_4 = 5.993$ $U_5 = 5.9998$ $U_6 = 5.9998$ $U_7 = 5.9999$

D'après ces résultats obtenus grâce à la calculatrice, la suite semble croissante et convergente de limite 6.

Remarque : ici le texte demande clairement de s'aider de la calculatrice pour calculer les valeurs des 8 premiers termes donc on peut donner une valeur approchée de ces termes.

2°) a) Pour tout entier naturel n on a,

$V_{n+1} = \frac{1}{6} U_n + 5 - 6 = = \frac{1}{6} U_n - 1 = = \frac{1}{6} (U_n - 6) = \frac{1}{6} V_n$

b) On en déduit que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{6}$ et de premier terme $V_0 = -9$

D'où $V_n = -9 \left(\frac{1}{6}\right)^n$

c) On obtient finalement $U_n = V_n + 6 = -9 \left(\frac{1}{6}\right)^n + 6$

Exercice 4

a) c'est l'initialisation des variables n et u.

b) Cet algorithme détermine le seuil à partir duquel Un $\geq$1000

c) Afficher n

d)

```
def ran() :
    n =0
    u = 1
    while u< 1000
        n = n+1
        u = 1,5*u
    return  n
```