

DM N°4 TERMINALE SPECIALITE TRIMESTRE 1 CORRIGE

Exercice 1 (corrigé non détaillé)

. 1. De la forme $\infty - \infty$.

$$2. f(x) = \frac{7}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x-4}}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

Exercice 2

Sur chacun des intervalles $]-\infty ; 1[$ et $[1 ; 3]$ et $]3 ; +\infty[$ f coïncide avec une fonction polynôme ou une fonction affine : elle est donc continue sur chacun de ces intervalles.

Etude de la continuité en 1

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} -3x + 2 = -1$$

De plus

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} x^2 - x - 1 = -1 = f(1)$$

On en déduit que

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = f(1)$$

Soit $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ f est bien continue en 1

Etude de la continuité en 3

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} x^2 - x - 1 = 5 = f(3)$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} 2x - 1 = 5$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} f(x) = f(3)$$

On en déduit que $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$ et f est bien continue en 3

On en déduit finalement que f est continue sur \mathbb{R} .

Ex 3

1. a. Pour tout réel $x : f'(x) = e^x(x + 1)$. $f'(x)$ est du signe de $x + 1$ puisque $e^x > 0$.

Sur $[-3 ; -1]$, $x + 1 \leq 0$ donc $f'(x) \leq 0$, f décroît, $f(-3) = -3e^{-3}$ et $f(-1) = -e^{-1}$ donc $f(x) < 1$ sur $[-3 ; -1]$.

Sur $]-1 ; 3]$, $x + 1 > 0$ donc $f'(x) > 0$, ainsi f croît strictement sur $]-1 ; 3]$,

f est continue sur $[-1 ; 3]$ et 1 est compris entre $f(-1) = -e^{-1}$ et $f(3) = 3e^3$: l'équation $f(x) = 1$ a une seule solution dans $[-1 ; 3]$ et ainsi dans $[-3 ; 3]$.

b. $f(0) = 0$ et $f(1) = e : \alpha \in [0 ; 1]$.

```
1 from math import *
2 def f(x):
3     return x*exp(x)
4 def d():
5     a=0;b=1
6     while(b-a)>=0.01:
7         y=f((a+b)/2)
8         if y>1:
9             b=(a+b)/2
10        else:
11            a=(a+b)/2
12    return a,b
```