

**DEVOIR MAISON DE MATHÉMATIQUES N°3 TRIMESTRE 2**  
**FACULTATIF COEF 1,5 A REMETTRE JUSQU'AU 16/12/2022**

**Solution commentée**

- 1 a.** Le point de  $\mathcal{C}_f$  d'ordonnée maximale est A(40 ; 10). Ainsi le nombre maximal de touristes présents dans cette station est égal à 10 milliers soit 10 000. Ce nombre maximal de personnes est atteint 40 jours après le 1<sup>er</sup> juillet c'est-à-dire le 10 août.
- b.** Les 10 000 habitants vont consommer entre 450 000 et 550 000 litres donc la réserve de 600 000 litres est suffisante.
- 2** 80 % de 10 000 habitants est égal à 8 000 habitants. On résout graphiquement l'inéquation  $f(x) \geq 8$ . Cette inéquation a pour solution l'intervalle [17 ; 79]. Comme  $79 - 17 = 62$ , donc le nombre d'habitants de la station balnéaire devrait rester supérieur à 80 % du nombre maximal prévu pendant 62 jours.
- 3 a.** Pour tout réel  $x$  de  $[0 ; 90]$ ,  $f'(x) = 0,2e^{-0,025x+1} + 0,2x(-0,025)e^{-0,025x+1}$  donc  $f'(x) = 0,2e^{-0,025x+1}(1 - 0,025x)$ .
- b.** Pour tout réel  $x$  de  $[0 ; 90]$  :  $0,2e^{-0,025x+1} > 0$  donc le signe de  $f'(x)$  est celui de  $1 - 0,025x$ . Or  $1 - 0,025x \geq 0$  équivaut à  $1 \geq 0,025x$  donc à  $40 \geq x$ . Pour tout réel  $x$  de  $[0 ; 40]$ ,  $f'(x) \geq 0$  et pour tout réel  $x$  de  $[40 ; 90]$ ,  $f'(x) \leq 0$ .
- c.** La fonction  $f$  est donc croissante sur  $[0 ; 40]$  et décroissante sur  $[40 ; 90]$  : on retrouve que la population est maximale pour  $x = 40$ , soit le 10 août.
- d.**  $f(40) = 10$  et  $10\,000 \times 50 = 500\,000$ . La consommation le jour où la population est maximale est de 500 000 litres.
- 4** Pour tout réel  $x$  de  $[0 ; 90]$ ,  $f''(x) = 0,000\,125e^{-0,025x+1}(-80 + x)$ . Comme  $0,000\,125e^{-0,025x+1} > 0$  pour tout réel  $x$ ,  $f''(x) \geq 0$  équivaut à  $-80 + x \geq 0$  soit à  $x \geq 80$ . On en déduit que la fonction  $f$  est concave sur  $[0 ; 80]$  et convexe sur  $[80 ; 90]$ . À partir du 80<sup>e</sup> jour, soit le 19 septembre, la fréquentation décroît moins rapidement.