DEVOIR MAISON N°2 TERMINALE SPECIALITE
A remettre le 06/10/23

EXERCICE 1 (3 points)

On considère la suite (U_n) définie pour tout entier n de N par $U_n = n^3 - 4n^2 + 2$.

Calculer la limite de la suite (U_n).

EXERCICE 2 (5 points)

On considère la suite (S_n) définie pour tout entier n de N par $S_n = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \ldots + \frac{1}{4^n}$.

Calculer la limite de la suite (S_n).

EXERCICE 3 (12 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle I = [0 ; 3] par $f(x) = \dfrac{5x + 6}{x + 4}$.

On définit pour tout entier naturel n la suite (U_n) par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

1°) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur I.

2°) **Démontrer par récurrence** que pour tout entier n, $0 \leq U_n < 3$.

3°) Représenter la courbe de f dans un repère orthogonal d'unités 4 cm en abscisses et 2 cm en ordonnées.

A l'aide de la courbe placer graphiquement les 4 premiers termes de (U_n) **(SANS LES CALCULER)**

Que suggère le graphique sur la convergence de (U_n) ?

4 °) On considère la suite (V_n) définie sur N par $V_n = \dfrac{U_n + 2}{U_n - 3}$

a) Déterminer la nature de la suite (V_n). En déduire l'expression de V_n en fonction de n.
b) Exprimer alors U_n en fonction de V_n puis de n.
c) En déduire la limite de la suite (U_n).