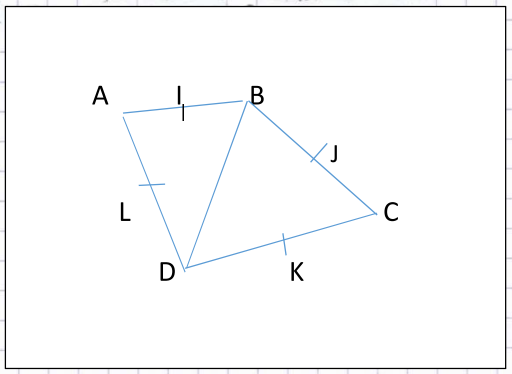
DM 1 SDE CORRIGE DETAILLE

EXERCICE 1.



On se place dans le triangle ABD.

I est le milieu de [AB]
L ———————— [AD]

donc d'après le théorème de la droite des milieux. (IL) // (BD) et $IL = \frac{1}{2} BD$.

On se place dans le triangle CBD et on démontre de même grâce au théorème de la droite des milieux que (JK) // (BD) et $JK = \frac{1}{2} BD$.

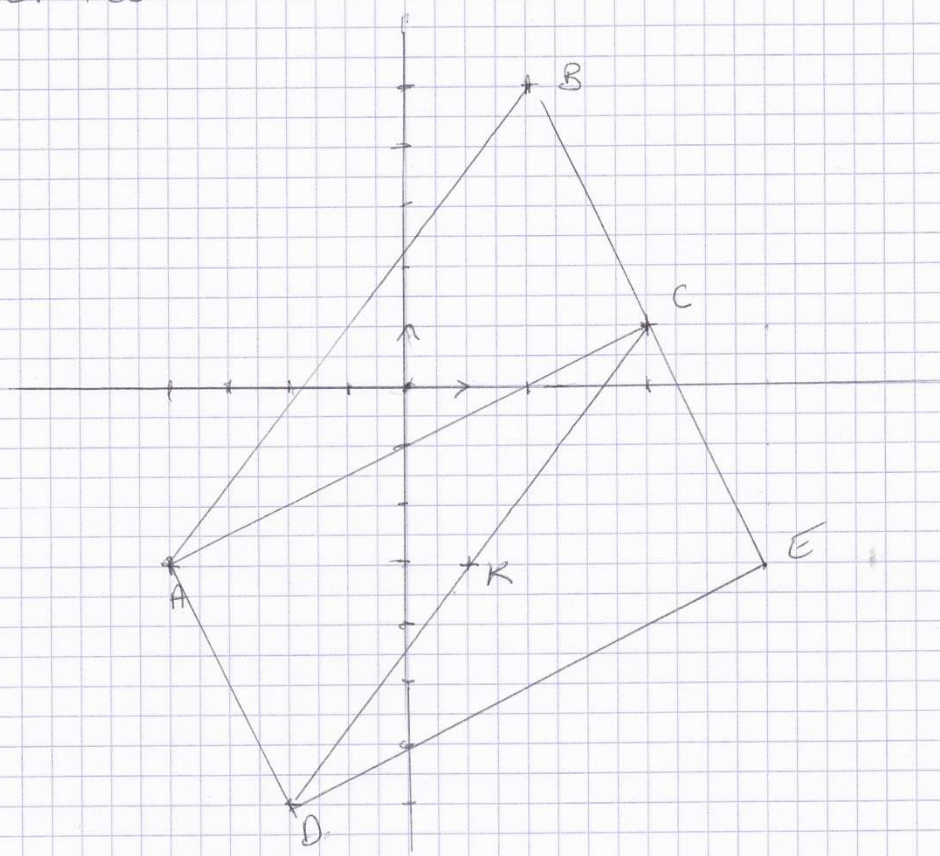
Comme (IL) // (BD) et (JK) // (BD) alors sachant que deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles, (IL) // (JK)

De plus $IL = \frac{1}{2} BD = JK$ soit $IL = JK$.

On en déduit que le quadrilatère IJKL qui a 2 côtés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.

EXERCICE 2

1°)



2°) ABCD semble être un parallélogramme.

Soit H le milieu de la diagonale [AC] alors

$H\left(\dfrac{x_A+x_C}{2}\ ;\ \dfrac{y_A+y_C}{2}\right)$ soit $H\left(\dfrac{-4+4}{2}\ ;\ \dfrac{-3+1}{2}\right)$ soit encore $H(0\ ;-1)$

Soit H' le milieu de la diagonale [BD] alors

$H'\left(\dfrac{x_B+x_D}{2}\ ;\ \dfrac{y_B+y_D}{2}\right)$ soit $H'\left(\dfrac{2-2}{2}\ ;\ \dfrac{5-7}{2}\right)$ soit encore $H'(0\ ;-1$

les points H et H' sont donc confondus et les diagonales du quadrilatère ABCD ont le même milieu. On en déduit que ABCD est un parallélogramme.

3°) a) E étant le symétrique de B par rapport à C

On en déduit que C est le milieu de [EB] ce qui se traduit par $x_C = \frac{x_B + x_E}{2}$ et $y_C = \frac{y_B + y_E}{2}$

Soit $+4 = \frac{2 + x_E}{2}$ et $1 = \frac{5 + y_E}{2}$

ce qui donne $8 = 2 + x_E$ et $2 = 5 + y_E$

c'est-à-dire $x_E = 6$ et $y_E = -3$

On peut conclure alors que $\underline{E(6\,;-3)}$.

b) Les coordonnées du milieu de [CD] sont les suivantes : $\left(\frac{x_C + x_D}{2}\,;\,\frac{y_C + y_D}{2}\right)$ soit

$\left(\frac{4-2}{2}\,;\,\frac{1-7}{2}\right)$ c'est-à-dire

$(1\,;-3)$ ce sont bien les coordonnées de K, et K est le milieu de [CD].

4°) K est le milieu de [CD]. De plus, si K' est le milieu de [AE] on a $K'\left(\frac{x_A + x_E}{2}\,;\,\frac{y_A + y_E}{2}\right)$ soit $K'\left(\frac{-4+6}{2}\,;\,\frac{-3-3}{2}\right)$ c'est-à-dire $K'(1\,;-3)$.

K et K' sont donc confondus, les diagonales [CD] et [AE] se coupent en leur milieu ce qui montre que ACED est un parallélogramme.

Or $AE = \sqrt{(6+4)^2 + (-3+3)^2} = 10$

et $CD = \sqrt{(-2-4)^2 + (-7-1)^2} = \sqrt{36+64} = 10$

Comme AE = CD, AECD qui a deux diagonales de même longueur est un rectangle

Ex 3 : il suffit de choisir trois points sur le cercle et de construire les médiatrices des côtés du triangle obtenu.(configurations : théorème sur le centre du cercle circonscrit à un triangle)