DEVOIR MAISON N° 1 2016 TS2

CORRECTION DETAILLEE

## Exercice 1

1°) $\dfrac{2x^2+x-1}{x^2+1} \leq 1.$

Comme $x^2 + 1 > 0$ pour tout réel $x$, l'inéquation est définie sur R.

De plus l'inéquation donnée équivaut à :

$\dfrac{2x^2+x-1}{x^2+1} - 1 \leq 0$ càd à

$\dfrac{2x^2+x-1-x^2-1}{x^2+1} \leq 0$ soit encore à

$\dfrac{x^2+x-2}{x^2+1} \leq 0$. Comme $x^2+1>0$ pour tout réel $x$, on en déduit que $\dfrac{x^2+x-2}{x^2+1}$ est du signe de $x^2+x-2$. Or $x^2+x-2$ est un trinôme dont 1 est une racine évidente et -2 est l'autre racine. D'après la règle sur le signe du trinôme on en déduit la solution de l'inéquation initiale

$$S' = [-2;1].$$

2°) $x^3-4x^2-x+4 = x^2(x-4)-(x-4) = (x^2-1)(x-4)$

D'après la règle sur le signe du trinôme on en déduit le tableau de signe suivant

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2-1$ | | + | 0 | − | 0 | + | | + | |
| $x-4$ | | − | | − | | − | 0 | + | |
| $(x^2-1)(x-4)$ | | − | 0 | + | 0 | − | 0 | + | |

S = ]-1 ;1[U]4 ;+∞[

Ex 2

1) a) $\Delta = 24^2$ donc $x_1 = -18$ et $x_2 = 6$.

Avec l'algorithme : $6 \to 36 \to 144 \to 12 \to 6 = x_2$

b) $8 \to 64 \to 144 \to 12 \to 4$.

$\Delta = 24^2$ $x_1 = -20$ et $x_2 = 4$.

2) a) $x^2 + bx - c = 0$ a pour discriminant $\Delta = b^2 + 4c$ donc si $c > 0$ $\Delta > 0$ et l'équation donnée admet 2 racines.

b) $x_1$ reçoit $-\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + c}$

car $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 + 4c}}{2a} = -\dfrac{b}{2} + \dfrac{2}{2}\sqrt{\dfrac{b^2}{4} + c}$

$x_1 = -\dfrac{b}{2} + \sqrt{\dfrac{b^2}{4} + c}$

Ex 3

Une équation du cercle C dans le repère est $(x - 1)^2 + y^2 = 2$. Un point $M(x\,;y)$ Est un point de C et de $D_a$ si et seulement si ses coordonnées vérifient le système Suivant :

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 2 \\ y = x + a \end{cases}$$

ce qui équivaut à résoudre

$(x - 1)^2 + (x + a)^2 = 2$ soit encore $2x^2 + 2(a - 1)x + a^2 - 1 = 0$

On calcule le discriminant et on trouve $\Delta = 4(a - 1)^2 - 8(a^2 - 1)$

$\Delta = 4(a - 1)^2 - 8(a - 1)(a + 1)$

Soit $\Delta = 4(a - 1)(-a - 3) = -4a^2 - 8a + 48$. On obtient un trinôme et d'après la règle sur le signe du trinôme $\Delta > 0$ si $a \in ]-3\,;1[$, $\Delta = 0$ si $a \in \{-3\,;1\}$ et $\Delta < 0$ Si $a \in ]-\infty\,;-3[ \cup ]1\,;+\infty[$

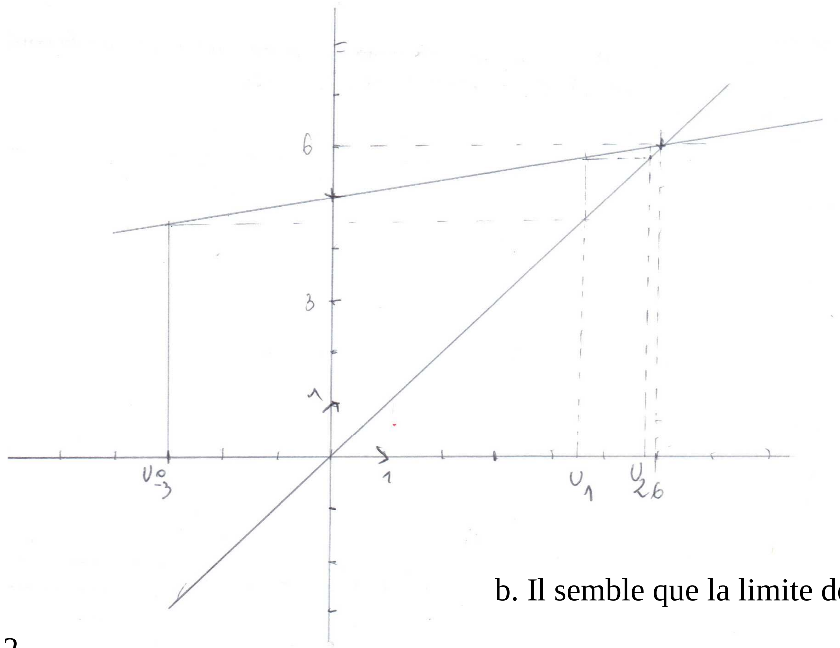
Conclusion : si $a \in ]-3\,;1[$ on a deux points d'intersection

Si $a \in \{-3\,;1\}$ on a un point d'intersection

Si $a \in ]-\infty\,;-3[ \cup ]1\,;+\infty[$ il n'y a pas de points d'intersection

EX 4

1.a




b. Il semble que la limite de $(U_n)$ soit 6

2

a. $V_{n+1} = U_{n+1} - 6 = \frac{1}{6} U_n + 5 - 6 = \frac{1}{6} U_n - 1 = \frac{1}{6}(U_n - 6) =$

b. $(V_n)$ est donc une suite géométrique de raison $\frac{1}{6}$ et de premier terme $V_0 = -9$.

c. $V_n = -9\left(\frac{1}{6}\right)^n$ d'où $U_n = -9\left(\frac{1}{6}\right)^n + 6$.

Rq : on peut montrer alors que

$\lim_{n \to +\infty} U_n = 6$ !