

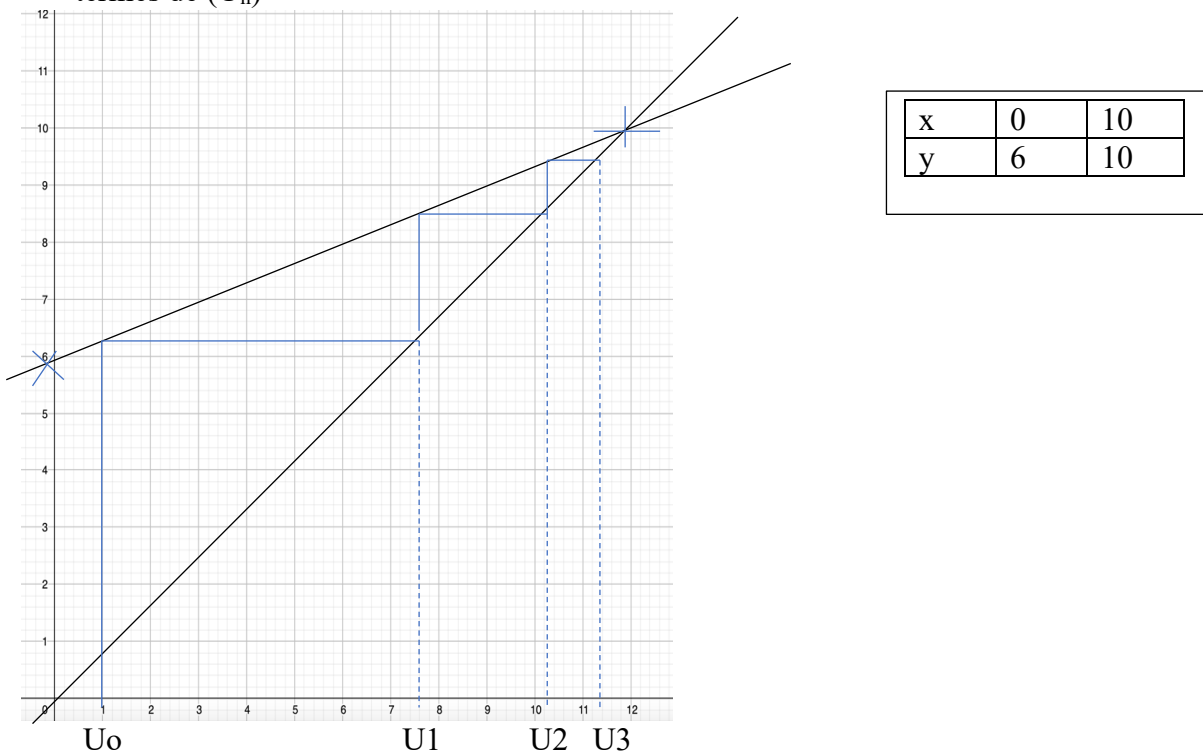
CONTROLE DE MATHS TERMINALE SPECIALITE N°2 DUREE 15 mn SA

Exercice 1

On considère la suite (U_n) définie par :

$$1. \quad \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + 6 \end{cases}$$

a) **Représenter graphiquement** dans le repère orthonormal ci-dessous les 4 premiers termes de (U_n)



b) Quelle valeur de la limite peut-on conjecturer ? Quelle semble être la variation de la suite ?
La suite semble croissante et la limite semble être 10

2. On considère la suite (V_n) définie par $V_n = U_n - 10$

a) Pour tout entier naturel n

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 10$$

$$V_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + 6 - 10 = \frac{2}{5}U_n - 4$$

$$V_{n+1} = \frac{2}{5}(U_n - 2 \times 5) = \frac{2}{5}(U_n - 10) \text{ soit}$$

$$V_{n+1} = \frac{2}{5}V_n$$

la suite (V_n) est donc une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{5}$ et de premier terme

$$V_0 = U_0 - 10 = -9$$

b) Exprimer V_n en fonction de n puis U_n en fonction de n .

$$V_n = V_0 q^n \text{ soit } V_n = -9 \left(\frac{2}{5}\right)^n$$

$$\text{Comme } V_n = U_n - 10 \quad \text{alors} \quad U_n = V_n + 10 \quad \text{soit pour tout } n \text{ de } \mathbb{N} \quad U_n = -9 \left(\frac{2}{5}\right)^n + 10$$

Bonus + 0,5 : Calculer la limite de (U_n)

$$\text{Comme } -1 < \frac{2}{5} < 1 \text{ alors } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^n = 0 \text{ d'où par produit puis par somme } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 10$$

Exercice 2 (1,5 pts)

Dans les questions suivantes **entourer la solution exacte** parmi celles proposées.

1 - $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 + n + 3n^2 + 34n^4$

$-\infty$	$+\infty$	1	37
-----------	-----------	---	----

2 - $\lim_{n \rightarrow +\infty} -1000n^5 + 9n^7 + n^2$

$-\infty$	-1000	$+\infty$	9
-----------	-------	-----------	---

3 - $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{14n^7 + 23n + n^3}{n^7 - 300n^6 + 10}$

$+\infty$	$-\infty$	14	0
-----------	-----------	----	---

4 - $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{-3}{2n} + \frac{14}{n^4} - n^2 \right) \times (4 + 2n + n^3)$

$+\infty$	$-\infty$	-12	4
-----------	-----------	-----	---

5 - $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 + \frac{11}{n} + \frac{26}{n^2} - 23\sqrt{n}$

$-\infty$	0	2	$+\infty$
-----------	---	---	-----------

6 - $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{n} + \frac{10}{7}}{\frac{15}{14} - \frac{3}{n^4}}$

$\frac{10}{7}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$
----------------	---------------	----------------	---------------