CONTROLE N°2 TRIMESTRE 2 MATHS SPECIALITE 01/02/21 DUREE :1H

EXERCICE 1

1. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres n=20 et p = 0. 15
   P(X=4) =

a. 0.147 b. 0.251 c. 0.830 d. 0.182

2. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres n=60 et p = 0.285
   P(X$>$ 7) =

a . 0.159 b. 0.0059 c. 0.984 d. 0.737

3. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres n=45 et p= 0.8
   .Déterminer le plus petit entier a tel que P(X$\leq a$) $\geq$0,9.
   $a.$ 23 b. 42 c. 39 d. 34

   Déterminer le plus grand entier b tel que P(X $\leq b$) $\leq$ 0,1

a. 35 b. 20 c.14 d.32

EXERCICE 2

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-2} *près*.Une entreprise produit en grande quantité des stylos. La probabilité qu'un stylo présente un défaut est égale à 0, 1.

1)On prélève dans cette production, successivement et avec remise huit stylos.
On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de stylos présentant un défaut parmi les huit stylos prélevés.

a) On admet que X suit une loi binomiale. Donner les paramètres de cette loi.

b) Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « il n'y a aucun stylo avec un défaut » ;

B : « il y a au moins un stylo avec un défaut » ;

C : « il y a exactement deux stylos avec un défaut ».

2)En vue d'améliorer la qualité du produit vendu, on décide de mettre en place un contrôle qui accepte tous les stylos sans défaut et 20% des stylos avec défaut.
On prend au hasard un stylo dans la production. On note D l'événement « le stylo présente un défaut », et E l'événement « le stylo est accepté ».

a) Construire un arbre traduisant les données de l'énoncé.

b) Calculer la probabilité qu'un stylo soit accepté au contrôle.

c) Justifier que la probabilité qu'un stylo ait un défaut sachant qu'il a été accepté au contrôle est égale à 0, 022 à 10^{-3} près.

3) Après le contrôle, on prélève, successivement et avec remise, huit stylos parmi les stylos acceptés. Calculer la probabilité qu'il n'y ait aucun stylo avec un défaut dans ce prélèvement de huit stylos. Comparer ce résultat avec la probabilité de l'événement A calculée à la question **1)b)**.Quel commentaire peut-on faire ?

EXERCICE 3

Partie A : résolution d'une équation différentielle

On considère l'équation différentielle

$$(E) \quad : \quad y' + y = -x - 1$$

où y désigne une fonction de la variable x définie et dérivable sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$.

a. Résoudre l'équation différentielle $y' + y = 0$.

b. Déterminer la solution h de cette équation différentielle $y' + y = O$ prenant la valeur $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ en $x = 1$.

Partie B : étude d'une fonction auxiliaire *f*

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{-x} - x.$$

1. Déterminer les limites de la fonction f en $+\infty$ et $-\infty$.
2. f' désigne la fonction dérivée de la fonction f. Calculer, pour tout réel x, $f'(x)$ puis en déduire le tableau de variations de la fonction f.
3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[0 ; 1]$.

   b. Donner un encadrement de α d'amplitude $0,01$.
4. Préciser le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 1]$.