

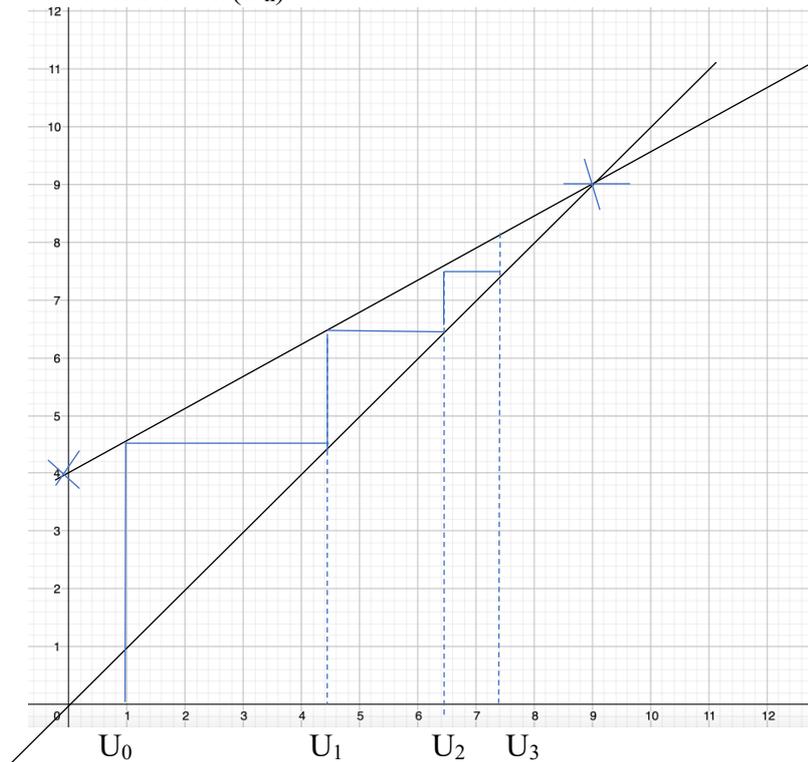
**CONTROLE DE MATHS TERMINALE SPECIALITE N°2 DUREE 15 MN SB**

**Exercice 1**

On considère la suite  $(U_n)$  définie par :

$$1. \quad \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{3}{5}U_n + 4 \end{cases}$$

a) **Représenter graphiquement** dans le repère orthonormal ci-dessous les 4 premiers termes de  $(U_n)$



x	0	10
y	4	10

b) Quelle valeur de la limite peut-on conjecturer ? Quelle semble être la variation de la suite ?  
La suite semble croissante et la limite semble être 10

2. On considère la suite  $(V_n)$  définie par  $V_n = U_n - 10$

a) Pour tout entier naturel  $n$

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 10$$

$$V_{n+1} = \frac{3}{5}U_n + 4 - 10 = \frac{3}{5}U_n - 6$$

$$V_{n+1} = \frac{3}{5}(U_n - 2 \times 5) = \frac{3}{5}(U_n - 10) \text{ soit}$$

$$V_{n+1} = \frac{3}{5}V_n$$

la suite  $(V_n)$  est donc une suite géométrique de raison  $q = \frac{3}{5}$  et de premier terme

$$V_0 = U_0 - 10 = -9$$

b) Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .

$$V_n = V_0 q^n \text{ soit } V_n = -9 \left(\frac{3}{5}\right)^n$$

Comme  $V_n = U_n - 10$  alors  $U_n = V_n + 10$  soit pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$   $U_n = -9 \left(\frac{3}{5}\right)^n + 10$

Bonus + 0,5 : Calculer la limite de  $(U_n)$

Comme  $-1 < \frac{3}{5} < 1$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^n = 0$  d'où par produit puis par somme  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 10$

**Exercice 2 ( 1,5 pts )**

Dans les questions suivantes entourer la solution exacte parmi celles proposées.

1 -  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n - 2n^3 + 10n^5$

$+\infty$	$-\infty$	-2	8
-----------	-----------	----	---

2 -  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4n^5 - 20n^6 + 700n$

1	700	$+\infty$	$-\infty$
---	-----	-----------	-----------

3 -  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{15n^5 + 25n + 5n^6}{3n^5 + 20n^8 + 1000}$

$-\infty$	$+\infty$	0	5
-----------	-----------	---	---

4 -  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{-3}{2n} + \frac{14}{n^4} - n^2 \right) \times (4 + 2n + n^3)$

$+\infty$	$-\infty$	?	$-\frac{3}{2}$
-----------	-----------	---	----------------

5 -  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4 + \frac{10}{n} + \frac{61}{n^2} - 12\sqrt{n}$

1	$+\infty$	$-\infty$	-6
---	-----------	-----------	----

6 -  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{n} + \frac{10}{11}}{-\frac{20}{33} + \frac{3}{n^4}}$

$\frac{2}{3}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{10}{11}$
---------------	----------------	---------------	-----------------