NOM :

CONTROLE DE MATHS TERMINALE SPECIALITE DUREE 1 H SA 19/10/21

Exercice 1

a) Résoudre $5x^2 - x - 4 = 0$

Méthode 1

$\Delta = 81$ x1 = 1 x2= $-\frac{4}{5}$

$S = \left\{-\frac{4}{5} ; 1\right\}$

Méthode 2 : 1 est racine évidente donc l'autre racine est $\frac{c}{a} = -\frac{4}{5}$

b)D'après le a) et la règle sur le signe du trinôme on en déduit le tableau de signe suivant sachant que a= 5 donc a>0 :

x	$-\infty$		$-\frac{4}{5}$		1		3		$+\infty$
$5x^2 - x - 4$		+	0	-	0	+		+	
$x - 3$		−		-		-	0	+	
$(5x^2 - x - 4)(x - 3)$		−	0	+	0	−	0	+	

$S =]-\infty ; -\frac{4}{5}[\cup]1 ; 3[$

Exercice 2

On considère la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n par $U_n = n^2 - 6n$.

1°) Calculer U_0 , U_1 et U_3 .

$U_0 = 0^2 - 6x0=0$

$U_1 = 1^2 - 6x1= -5$

$U_3 = 3^2 - 6x3= -9$

2°) $U_{n-1} = (n-1)^2 - 6(n-1) = n^2 - 2n +1-6n +6 = n^2 - 8n +7$

$U_{2n+1} = (2n+1)^2 - 6(2n+1) = 4n^2 + 4n +1 - 12n - 6 = 4n^2 - 8n - 5$

Exercice 3

Soit la suite (U_n) de premier terme $U_0 = -2$ et telle que $U_{n+1} = U_n + 4$ pour tout n de N.

1°) Quelle est la nature de la suite (U_n) ?

Pour tout n de N $U_{n+1} - U_n = 4$, donc (U_n) est une suite arithmétique de raison 4 est de premier terme $U_0 = -2$.

2°) Donner la forme explicite de U_n (c'est-à-dire en fonction de n).

Pour tout n de N

$U_n = U_0 + rxn$ soit $U_n = -2 + 4n$

3°) Calculer U_{100}.

$U_{100} = -2 + 400 = 398$

Exercice 4

On considère la suite **géométrique** (U_n) **de raison q = 0,125** et de **premier terme U_1** telle que $U_5 = 0,015625$.

1°) Calculer le terme initial U_1.

la suite géométrique (U_n) a pour raison q = 0,125 et premier terme U_1, donc pour tout n de N est

On en sait que $U_5 = U_1 x\ (0,125)^{5-1} = U_1 x\ (0,125)^4$ d'où $U_1 = \frac{0,015625}{0,125^4} = 64$

2°) En déduire la forme explicite de U_n en fonction de n.

Pour tout n de N : $U_n = U_1 x\ q^{n-1}$ soit $U_n = 64x\ (0,125)^{n-1}$

3°) Calculer alors $S_{10} = U_1 + ... + U_{10}$ (valeur approchée à 10^{-2})

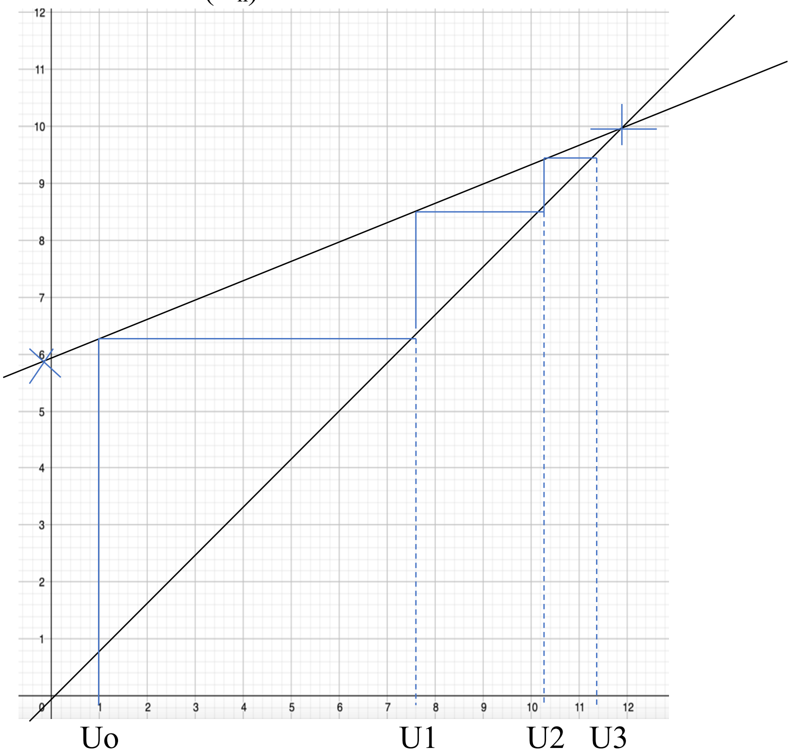
$S_{15} = U_1 + ... + U_{10} = U_1 \frac{1-q^n}{1-q} = 64 \frac{1-0,125^{10}}{1-0,125} = \frac{512}{7}(1-0,125^{10})$

Exercice 5

On considère la suite (U_n) définie par :

1. $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{2}{5} U_n + 6 \end{cases}$

a) **Représenter graphiquement** dans le repère orthonormal ci-dessous les 4 premiers termes de (U_n)



b) Quelle valeur de la limite peut –on conjecturer ? Quelle semble être la variation de la suite ?

La suite semble croissante et la limite semble être 10

2. On considère la suite (V_n) définie par $V_n = U_n - 10$

a) Pour tout entier naturel n

$V_{n+1} = U_{n+1} - 10$

$V_{n+1} = \frac{2}{5} U_n + 6 - 10 = \frac{2}{5} U_n - 4$
$V_{n+1} = \frac{2}{5} (U_n - 2x5) = \frac{2}{5} (U_n - 10)$ soit

$V_{n+1} = \frac{2}{5} V_n$

la suite (V_n) est donc une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{5}$ et de premier terme
$V_0 = U_0 - 10 = -9$

b) Exprimer V_n en fonction de n puis U_n en fonction de n .

$V_n = V_0\, q^n$ soit $V_n = -9\left(\frac{2}{5}\right)^n$

Comme $V_n = U_n - 10$ alors $U_n = V_n + 10$ soit pout tout n de N $U_n = -9\left(\frac{2}{5}\right)^n + 10$

Bonus + 0,5 : Calculer la limite de (U_n)

Comme $-1 < \frac{2}{5} < 1$ alors $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^n = 0$ d'où par produit puis par somme $\lim_{n\to+\infty} U_n = 10$