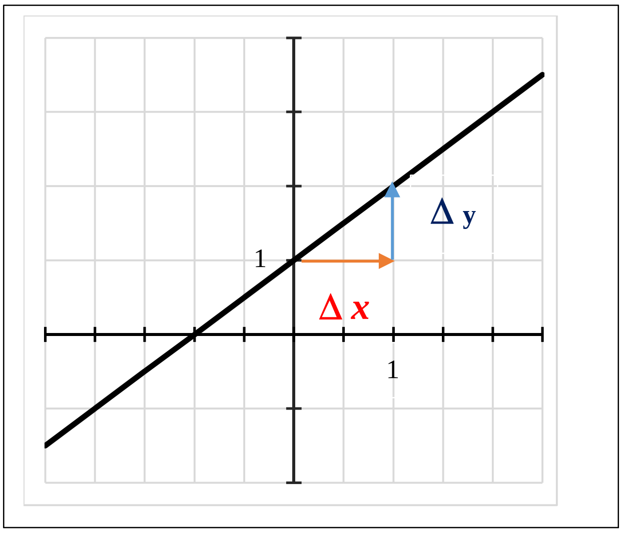
DROITES ET COEFFICIENT DIRECTEUR

ACTIVITE

I) La lecture graphique du coefficient directeur



Soit la droite(d) non parallèle à l'axe des ordonnées ci- contre . Son coefficient directeur m est donné graphiquement par la formule :

1 unité = 1 u

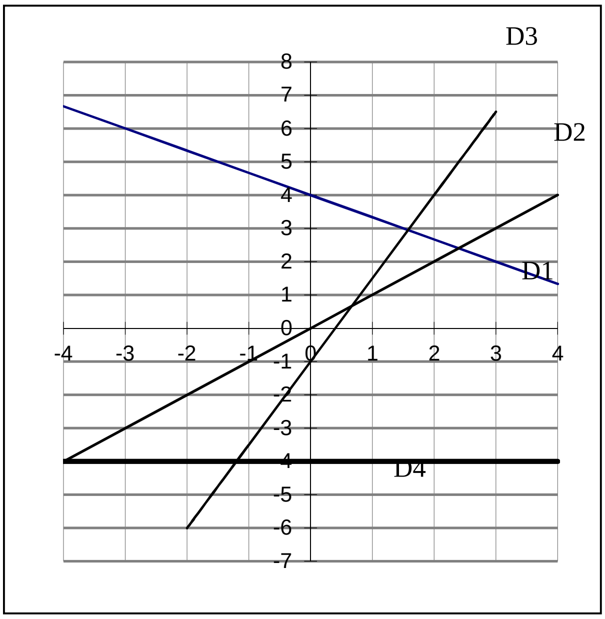
$$m = \frac{\Delta y \ \ u}{\Delta x \ \ u} = \frac{\text{différence des y en unités}}{\text{différence des x en unités}}$$

Définition

$$\text{Le coefficient directeur m} = \frac{\text{Différence des ordonnées}}{\text{Différence des abscisses}} = \frac{\Delta y \ \text{ unités en ordonnées}}{\Delta x \ \text{ unités en abscisses}}$$

Remarque : il est préférable de faire le chemin vertical puis le chemin horizontal dans cet ordre puisque le coefficient directeur c'est la différence des y sur la différence des *x*.

Exemple : Déterminer graphiquement le coefficient directeur des droites (d_1) ,(d_2) ,(d_3) et (d_4)



II) Déterminer l'équation d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées dans un repère
1°) Si on connaît les coordonnées de deux points distincts de la droite

Définition et propriété

Si A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) alors le COEFFICIENT DIRECTEUR de (AB) **si $x_A \neq x_B$** est

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

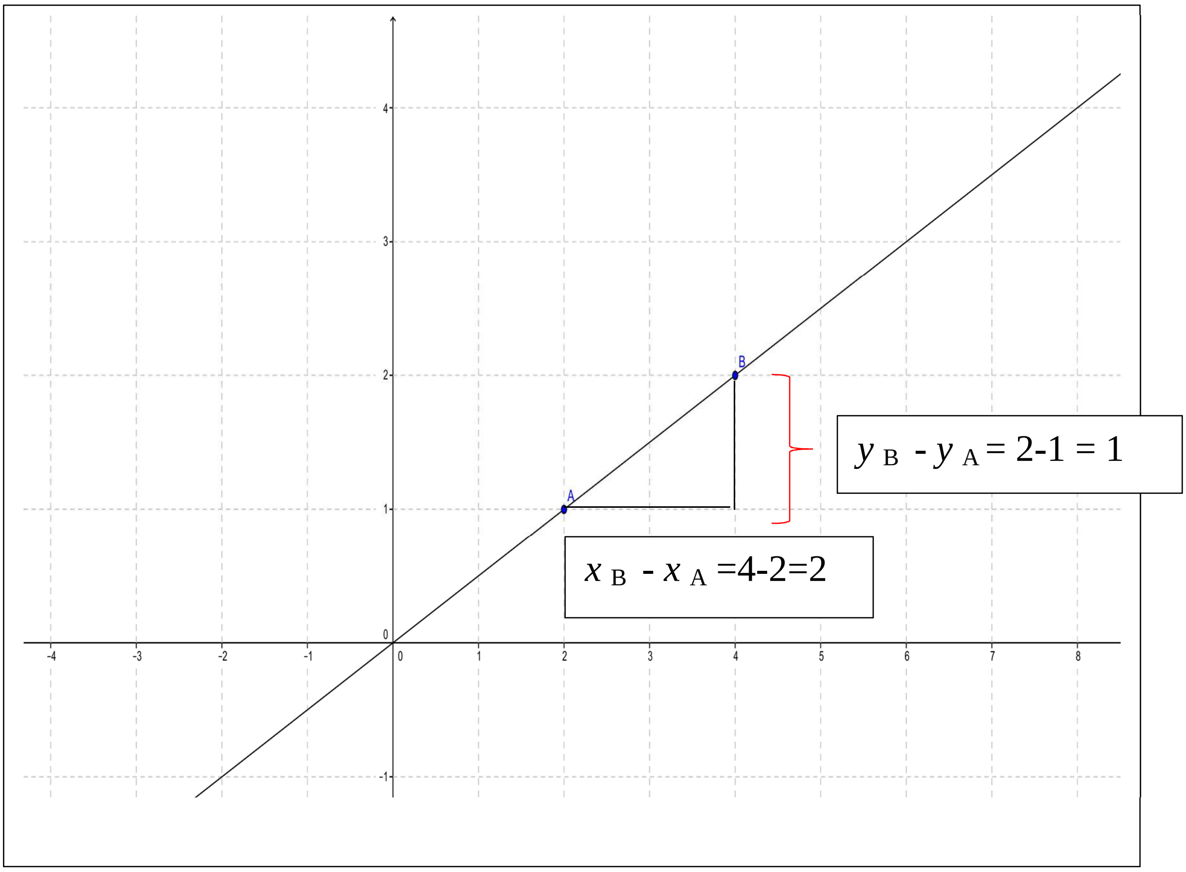
une équation de (AB) est

$$\boxed{y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A) + y_A}$$

Ou

$$\boxed{y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_B) + y_B}$$

Exemple : On considère les points A(2 ;1) et B(4 ; 2) Déterminer l'équation réduite de (AB)



$$y = \frac{2 - 1}{4 - 2}(x - 2) + 1$$

Soit $y = \frac{1}{2}x$

Remarque : pour vérifier que l'équation trouvée est la bonne il suffit de remplacer x par respectivement x_A et x_B et voir si l'on trouve bien respectivement y_A et y_B. (ici $y = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ OK, $y = \frac{1}{2} \times 4 = 2$ OK)

REMARQUE IMPORTANTE :

Si $x_A = x_B = \alpha$ alors (AB) n'a pas de coefficient directeur et une équation de (AB) est $x = \alpha$

Exemple : Déterminer une équation de (AB) où A(3 ; 4) et B(3 ; -2) .

C'est $x = 3$

Propriété caractéristique

Soit (AB) une droite d'équation $y = mx + p$ et un point $M(x_M ; y_M)$.

$M(x_M ; y_M) \in (AB)$ ssi $y_M = m \times x_M + p$

Exemple :

Soit D : $y = -5x + 3$. Montrer que le point A(2 ; -7) est un point de D.

$-5 \times 2 + 3 = -10 + 3 = -7$

2°) Si on connaît les coordonnées d'un point de la droite et son coefficient directeur

Soit la droite D passant par $A(x_A ; y_A)$ et de coefficient directeur m alors une équation de D est :

$$y = m (x - x_A) + y_A$$

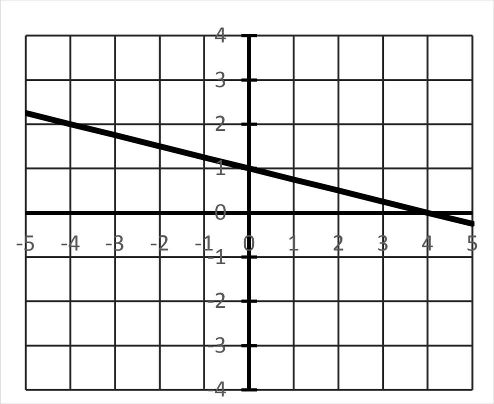
Exemple :

D a pour coefficient directeur m = 2 et passe par B(1 ; 3) .

D : $y = 2(x - 1) + 3$ soit l'équation réduite $y = 2x + 1$

3°) graphiquement

Cas 1 : l'ordonnée du point d'intersection de la droite et de l'axe des ordonnées est simple à lire



Par lecture graphique

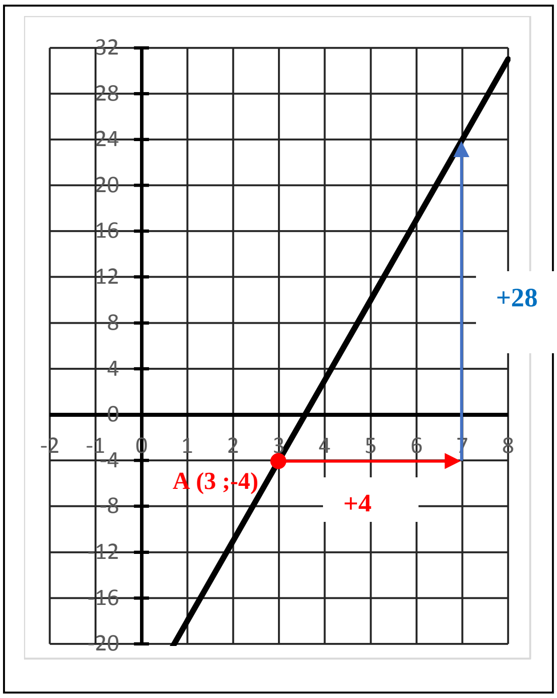
On a le coefficient directeur

m = -0,25

On a l'ordonnée à l'origine

p = 1
donc D : y = -0,25x+1

Cas 2 : l'ordonnée du point d'intersection de la droite et de l'axe des ordonnées n'est pas facile à lire
Dans ce cas on utilise un autre point dont les coordonnées sont lisibles et on applique la méthode 2 ci-dessus



Par lecture graphique
On a le coefficient directeur

$$m = \frac{28}{4} = 7$$

On a par exemple le point A (3 ; -4)

On sait que D : y = 7x+p
On remplace x et y par les coordonnées de A càd par 3 et – 4

Ce qui donne -4 = 7x3 + p
-21 -4 = p
p = - 25

D'où D : y = 7 x – 25

III) Droites parallèles

ACTIVITE (calculette)

1°) Propriété

Deux droites obliques sont
PARALLELES si et seulement si
LEURS COEFFICIENTS DIRECTEURS SONT EGAUX
En clair si D : y = mx + p et D' : y = m'x + p' alors
D//D' si et seulement si m=m'

Exemple

Parmi les neuf droites suivantes, indiquer celles qui sont parallèles.

D_1 : équation $y = 2,3x - 4$.

D_2 : équation $y = -0,25x - 1$.

D_3 : équation $y = 0,25x + 0,4$.

D_4 : équation $y = -\frac{3x-16}{12}$.

D_5 : équation $x = -4$.

D_6 : équation $y = 2,3x$.

D_7 : équation $x = 2,3$.

D_8 : équation $y = 5,3x - 5,4$.

D_9 : équation $y = -\frac{1}{4}x + 5,777$.

Réponse

Tout d'abord les droites D_5 et D_7 sont parallèles à l'axe des ordonnées (et ce sont les seules), elles sont donc parallèles.

Ensuite les droites D_1 et D_6 ont pour coefficient directeur 2,3 (et ce sont les seules), elles sont donc parallèles.

Les droites D_2, D_4 et D_9 ont également le même coefficient directeur puisque l'équation $y = -\frac{3x-16}{12}$ peut s'écrire $y = -\frac{3}{12}x + \frac{16}{12}$, et que $-0,25 = -\frac{3}{12} = -\frac{1}{4}$.

Enfin la droite D_3 de coefficient directeur 0,25 et la droite D_8 de coefficient directeur 5,3 ne sont parallèles à aucune autre droite de la liste.

2°) APPLICATION : démontrer que trois points sont alignés

Propriété

Dans un repère on considère trois points A, B et C définissant deux droites (AB) et (AC) non parallèles à l'axe des ordonnées .

A,B et C sont alignés ssi (AB) et (AC) ont même coefficient directeur.

Exercice : Montrer que les points R(-1 ;5) S(0 ;7) et T(3,13) sont alignés.

On calcule le coefficient directeur m de (RS) et m' de (ST) (par exemple)

On a m = $\frac{y_S - y_R}{x_S - x_R} = \frac{7-5}{0-(-1)} = 2$

Et m' = $\frac{y_T - y_S}{x_T - x_S} = \frac{13-7}{3-0} = 2$

Comme m=m' les points R,S et T sont alignés.