CONTROLE DE 30 MN 23/11/23 SB CORRIGE

Exercice 1

On considère la fonction f définie , continue et dérivable sur R\ {4}

x	$-\infty$	-6	-5		4		$+\infty$
f(x)	3	5	6	$-\infty$	|| $+\infty$		-3

1°)a) f( ]-∞; -1]) =]3; 6]
b) f([-3; 4[)=]-∞; 6]
c) f( ] 4; +∞[)=] -3; +∞[
2°) Donner le nombre de solutions des équations suivantes :

a) f(x) = - 5 : 1
b) f(x) = 4 :2
c) f(x) = 0 :2

Exercice 2

1°) f étant une fonction polynôme elle est dérivable sur I .
f '(x)= $-3x^2 + 24x - 45$
$\Delta = 576 - 4 \times 3 \times 45 = 36$ $\Delta > 0$ donc on a deux racines réelles distinctes $X_1 = 3$ $X_2 = 5$
D'après la règle sur le signe du trinôme et comme a=-3 càd a<0 on a donc le tableau de variations suivant :

x	0		3		5		7
f '(x)		-	0	+	0	-	
f(x)	46	↘	-8	↗	-4	↘	-24

2°) A l'aide du tableau de variation **<u>démontrer</u>** que l'équation f (x) = 0 admet une unique solution x_0 sur I.
f étant dérivable , elle est continue sur I .
-Sur [0 ;3] :
f est donc continue et strictement décroissante sur l'intervalle [-2 ;1] à valeurs dans l'intervalle [-14 ;40] qui contient 0 alors l'équation f(x)=0 admet une unique solution x_0 sur [0 ; 3] d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires relatif aux fonctions strictement monotones.
-Sur [3 ; 7] :
le maximum de f atteint en 5, vaut -4 , donc f < -4 sur [3 ; 7] et l'équation f(x) = 0 n'admet pas de solution sur [3 ;7] .
Conclusion :
On en déduit finalement que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution xo sur I.

3°) Donner une valeur approchée par défaut à 10^{-2} près de x_0.

A l'aide de la calculatrice, comme on obtient f (1.65) ≈ -0,072 et f(1.64) ≈ 0.064 càd f (1.64) x f(1.65) < 0 alors $1.64 < x_0 < 1.65$

xercice 3 : Calculer la dérivée de f

Df= [1 ;18] $f(x) = 4x^6 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$	$f'(x) = 24x^5 - \frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3}$
$f(x) = (x^2 - 1)(x^5 + x)$	$f'(x) = 7x^6 - 5x^4 + 3x^2 - 1$
$f(x) = (5x^3 + x^2 - 6x)^3$	$f'(x) = 3(15x^2 + 2x - 6)(5x^3 + x^2 - 6x)^2$
$f(x) = f(x) = e^{7x^3-6}$	$f'(x) = 21x^2\, e^{7x^3-6}$
$f(x) = \frac{1}{(x^4 + x^2 + 2)^4}$	$f'(x) = -\frac{4(4x^3 + 2x)}{(x^4 + x^2 + 2)^4}$
$f(x) = \frac{3x + 7}{x^2 + 1}$	$f'(x) = \frac{-3x^2 - 14x + 3}{(x^2 + 1)^2}$
Df = R $f(x) = \sqrt{3x^2 + 5}$	$f'(x) = \frac{3x}{\sqrt{3x^2 + 5}}$