CONTROLE DE 30 MN 23/11/23 SA CORRIGE

Exercice 1

On considère la fonction f définie , continue et dérivable sur R\ {4}

x	$-\infty$		-3		-1		4		$+\infty$
f(x)	4	↗	5	↘	0	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	-3

1°)a) f( ]-∞; -1]) =]4; 5]
b) f([-3; 4[)=]-∞; 5]
c) f( ] 4; +∞[)=] -3; +∞[

2°) Donner le nombre de solutions des équations suivantes :

a) f(x) = - 5 : 1
b) f(x) = 4 :2
c) f(x) = 0 :2

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur I= [-2 ; 4] par f(x) = $-x^3 + 6x^2 - 9x - 10$

1°) f étant une fonction polynôme elle est dérivable sur I .

f '(x)= $-3x^2 + 12x - 9$

Δ = 144 - 4 x 3x 9 = 36 $\Delta>0$ donc on a deux racines réelles distinctes $X_1 = 1$ $X_2 = 3$

D'après la règle sur le signe du trinôme et comme a=-3 càd a<0 on a donc le tableau de variations suivant :

x	-2		1		3		4
f '(x)		$-$	0	$+$	0	$-$	
f(x)	40	↘	-14	↗	-10	↘	-14

2°) A l'aide du tableau de variation **démontrer** que l'équation f (x) = 0 admet une unique solution x_0 sur I.

f étant dérivable , elle est continue sur I .

-Sur [-2 ;1] :

f est donc continue et strictement décroissante sur l'intervalle [-2 ;1] à valeurs dans l'intervalle [-14 ;40] qui contient 0 alors l'équation f(x)=0 admet une unique solution x_0 dans [-2 ;1] d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires relatif aux fonctions strictement monotones.

-Sur [1 ; 4] :

le maximum de f atteint en 3, vaut -10 , donc f < -10 sur [1 ; 4] et l'équation f(x) = 0 n'admet pas de solution sur [1 ;4] .

Conclusion :

On en déduit finalement que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution xo sur I.

3°) Donner une valeur approchée par défaut à 10^{-2} près de x_0.

A l'aide de la calculatrice, comme on obtient f (-0.73) ≈ 0,15 et f(-0.72) ≈ - 0.036
càd f (-0.72) x f(-0.73) < 0 alors -0.73 < x_0 < -0.72

Df= [1 ;18] $f(x) = 5x^7 + \frac{3}{x^2} - \frac{2}{x^3}$	$f'(x) = 35x^6 - \frac{6}{x^3} + \frac{6}{x^4}$
$f(x) = (3x + 1)(x^5 + 2x^2)$	$f'(x) = 18x^5 + 5x^4 + 18x^2 + 4x$
$f(x) = (-6x^3 + x^2 - x)^4$	$f'(x) = 4(-18x^3 + 2x - 1)(-6x^3 + x^2 - x)^3$
$f(x) = e^{5x^2+2}$	$f'(x) = 10xe^{5x^2+2}$
$f(x) = \frac{1}{(x^6 + x^4 + 10)^3}$	$f'(x) = -\frac{3(6x^5 + 4x^3)}{(x^6 + x^4 + 10)^4}$
$f(x) = \frac{2x + 5}{4x^2 + 3}$	$f'(x) = \frac{-8x^2 - 40x + 6}{(x^2 + 1)^2}$
Df = R $f(x) = \sqrt{9x^2 + 3x + 2}$	$f'(x) = \frac{18x + 3}{2\sqrt{5x^2 + 3}}$

xercice 3 : Calculer la dérivée de f