CONTROLE DE MATHS TERMINALE SPECIALITE 1 H

Exercice 1 (5 pts)

Déterminer les primitives des fonctions suivantes sur]0 ;+∞[:

a)f (x) = $-2x + 5$

b) g (x) = $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$

c) h (x) = $x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} + e^x$

d) i(x) = $2(x + 1)(x^2 + 2x + 3)^2$

e) p(x) = $\frac{\ln x}{x}$

Exercice 2 (7 points)

On considère la fonction g définie, pour tout réel x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$, par :

$$g(x) = 2x\ln x + x - 1.$$

1. On note g' la dérivée de la fonction g.
   Montrer que, pour tout x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$, on a $g'(x) = 2\ln x + 3$.
2. Résoudre dans $]0\,;\,+\infty[$ l'inéquation $2\ln x + 3 > 0$.
3. Déterminer les limites de la fonction g en 0 et en $+\infty$.
4. Dressser le tableau de variations de g sur $]0\,;\,+\infty[$. On y fera figurer les limites de g ainsi que sa valeur en 1.
   En déduire le signe de g sur $]0;\,+\infty[$.
5.

On considère la fonction f définie pour tout x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x^2\ln x - x + 1.$$

On admet que la limite de la fonction f en 0 est égale à 1.

a. En remarquant que $f(x) = x(x\ln x - 1) + 1$ pour tout x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$, calculer la limite de f en $+\infty$.

b. Montrer que la fonction dérivée de f est la fonction g, définie dans la partie B.

c. En déduire le tableau de variations de f.

Exercice 3 (8 points)

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé.
On considère les points $A(0;4;1)$, $B(1;3;0)$, $C(2;-1;-2)$ et $D(7;-1;4)$.

1. Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2. Soit Δ la droite passant par le point D et de vecteur directeur $\vec{u}(2;-1;3)$.
   a. Démontrer que la droite Δ est orthogonale au plan (ABC).
   b. En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).
   c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ.
   d. Déterminer les coordonnées du point H, intersection de la droite Δ et du plan (ABC).
3. a) Que représente le point H pour le point D ?
   b) En déduire la distance du point D au plan (ABC).