

CONTROLE N°3 DE MATHS 15 MN T SPE SB

Exercice 1 (2 points)

1°) Soit la suite (U_n) définie par $U_n = 53n^5 + n^2 + 2$. Déterminer la limite de (U_n)

.....
.....

2°) Soit $U_n = 10^n - 8^n$. Déterminer la limite de (U_n) .

.....
.....
.....
.....

Exercice 3 (3 points)

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 5$ et pour tout entier naturel n ,

$$U_{n+1} = \frac{2}{9} U_n + 7$$

On veut montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $0 < U_n \leq 9$

P_n :

Initialisation : pour $n=0$ on a

Or $0 < 5 \leq 9$ donc et P_0 est vraie

Hérédité : On suppose que la propriété est vraie

c'est-à-dire $0 < U_n \leq 9$. Notre objectif est de montrer qu'elle reste vraie au rang $n+1$ à savoir

Par on a $0 < U_n \leq 9$ donc , comme

$$\dots < \frac{2}{9} U_n \leq \dots \quad \text{soit encore}$$

$$7 < \frac{2}{9} U_n + 7 \leq 9$$

soit finalement

Conclusion :, on a démontré par

récurrence que $0 < U_n \leq 9$