

CONTROLE N°3 DE MATHS 15 MN T SPE SA

Exercice 1 (2 points)

1°) Soit la suite (U_n) définie par $U_n = 47n^4 + n + 2$. Déterminer la limite de (U_n)

.....
.....

2°) Soit la suite (U_n) définie par $U_n = 10^n - 4^n$. Déterminer la limite de (U_n) .

.....
.....
.....
.....

Exercice 2 (3 points)

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 4$ et pour tout entier naturel n ,

$$U_{n+1} = \frac{3}{8} U_n + 5$$

On veut montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $0 < U_n \leq 8$

P_n :

Initialisation : pour $n=0$ on a

Or $0 < 4 \leq 8$ donc et P_0 est vraie

Hérédité : On suppose que la propriété est vraie

c'est-à-dire $0 < U_n \leq 8$.

Notre objectif est de montrer qu'elle reste vraie au rang $n+1$ à savoir

Par on a $0 < U_n \leq 8$ donc , comme

$$\dots < \frac{3}{8} U_n \leq \dots \quad \text{soit encore}$$

$$5 < \frac{3}{8} U_n + 5 \leq 8$$

soit finalement

et la propriété est vraie au rang $n+1$.

Conclusion :, on a démontré par

récurrence que $0 < U_n \leq 8$