# CONTROLE N°3 MATHS TERMINALE SPECIALITE DUREE 30 MN LE 05/11/21 sb

## Exercice 1 ( 3 points )

1°) Compléter cette inégalité : Pour tout n de N , $( 1 + a )^n \geq \quad 1 + na$

Donner le nom de cette inégalité : inégalité de Bernouilli

## Exercice 2 ( 2 points )

**Voici la copie d'un élève, relever les 5 erreurs de sa rédaction.**
**Attention : afin de ne pas donner la réponse du 1 de l'exercice 1 on a écrit Etape 1, Etape 2 et Etape 3 , ceci ne fait donc pas partie de la liste des 5 erreurs à trouver.**

**Enoncé : Soit $(U_n)$ la suite définie par $U_0 = 5$ et pour tout n de N, $U_{n+1} = 4U_n + 1$. Montrer par récurrence que** $U_n > 0$ **.**

**Réponse de l'élève:** *On définit la propriété $P_n$ : $U_n > 0$*

*Etape1 : pour n=0 on a $U_0 = 5$ et 5>0 , donc $U_0 > 0$ et $P_0$ est vraie.*

*Etape 2: On suppose la propriété vraie pour un entier n fixé c'est-à-dire $U_n > 0$ , notre objectif est de montrer que $P_{n+1}$ est vraie c'est-à-dire que $U_{n+1} > 0$*

*Par hypothèse de récurrence on a*

*$U_n > 0$ . Or Comme 4>0, on en déduit alors que*

*$4U_n > 0$ soit encore que*

*$4U_n + 1 > 1$*

*soit finalement $U_{n+1} > 1$. Comme 1 > 0 alors $U_{n+1} > 0$*

*La propriété est donc vraie au rang n+1.*

*Etape 3: $P_n$ est vraie au rang 0 , elle est héréditaire , on a ainsi démontré par récurrence que pour tout entier n, $P_n$ est vraie c'est-à-dire que $U_n > 0$ .*

.

## Exercice 3 ( 5 points )

On considère la suite $( U_n)$ définie par $U_0 = 4$ et pour tout entier naturel n ,
$U_{n+1} = 2U_n + 3$. Démontrer par récurrence que $U_{n+1} > U_n$ pour tout n de N.

*Initialisation : pour n=0 on a $U_0 = 4$ , $U_1 = 11$ et 4<11 donc $U_0 < U_1$, et $P_0$ est vraie.*

*Hérédité : On suppose la propriété vraie pour un entier n fixé c'est-à-dire $U_n < U_{n+1}$ , notre objectif est de montrer que $P_{n+1}$ est vraie c'est-à-dire que $U_{n+1} < U_{n+2}$*

*Par hypothèse de récurrence on a*

*$U_n < U_{n+1}$ . Or Comme 2>0, on en déduit alors que*

*$2U_n < 2U_{n+1}$ soit encore que*

*$2U_n + 3 < 2U_{n+1} + 3$*

*soit finalement $U_{n+1} < U_{n+2}$*

*La propriété est donc vraie au rang n+1.*

*Conclusion: $P_n$ est vraie au rang 0 , elle est héréditaire , on a ainsi démontré par récurrence que pour tout entier n, $P_n$ est vraie c'est-à-dire que $U_n < U_{n+1}$ soit $(U_n)$ est strictement croissante.*