CONTROLE N°3 MATHS TERMINALE SPECIALITE DUREE 30 MN LE 05/11/21 sa

Exercice 1 (3 points)

1°) Citer les étapes de la démonstration par récurrence

Initialisation, Hérédité et conclusion

2°) Ecrire l'inégalité de Bernouilli

Pour tout n de N (1 +a)^n ≥ 1 + na

Exercice 2 (2 points)

Voici la copie d'un élève, relever les 5 erreurs de sa rédaction.
Attention : afin de ne pas donner la réponse du 1 de l'exercice 1 on a écrit Etape 1, Etape 2 et Etape 3 , ceci ne fait donc pas partie de la liste des 4 erreurs à trouver.

Enoncé : Soit (U_n) la suite définie par $U_0 = 1$ et pour tout n de N, $U_{n+1} = 6U_n + 2$. Montrer par récurrence que la suite (U_n) est strictement croissante.

Réponse de l'élève: *On définit la propriété P_n : $U_n<U_{n+1}$*

Etape1 : pour n=0 on a $U_0 = 1$, $U_1 = \cancel{2}\ 8$ et 1< 8 donc $U_0 <U_1$, et P_0 est vraie.

Etape 2: On suppose la propriété vraie pour un entier n fixé c'est-à-dire $U_n <U_{n+1}$, notre objectif est de montrer que P_{n+1} est vraie c'est-à-dire que $U_{n+1} <U_{n+2}$
Par hypothèse de récurrence on a

$U_n <U_{n+1}$. *Or Comme 6>0, on en déduit alors que*

$6U_n <6U_{n+1}$ *soit encore que*

$6U_n +2 < 6U_{n+1}+2$

soit finalement $U_{n+1} <U_{n+2}$

La propriété est donc vraie au rang n+1.

Etape 3: P_n est vraie au rang 0 , elle est héréditaire , on a ainsi démontré par récurrence que pour tout entier n, P_n est vraie c'est-à-dire que $U_n<U_{n+1}$ soit (U_n) est strictement croissante.
.

Exercice 3 (5 points)

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 2$ et pour tout entier naturel n ,
$U_{n+1} = 3U_n + 5$. Démontrer par récurrence que $U_n > 0$ pour tout n de N.

On définit la propriété P_n : $U_n> 0$

Initialisation : pour n=0 on a $U_0 = 2$ et 2>0 , donc $U_0 >0$ et P_0 est vraie.

Hérédité : On suppose la propriété vraie pour un entier n fixé c'est-à-dire $U_n > 0$, notre objectif est de montrer que P_{n+1} est vraie c'est-à-dire que $U_{n+1} >0$
Par hypothèse de récurrence on a

$U_n > 0$. *Or Comme 3>0, on en déduit alors que*

$3U_n > 0$ *soit encore que*

$3U_n + 5 > 5$. *Comme 5 > 0 alors* $3U_n + 5 >0$

soit finalement $U_{n+1} > 0$

La propriété est donc vraie au rang n+1.

Conclusion: P_n *est vraie au rang 0 , elle est héréditaire , on a ainsi démontré par récurrence que pour tout entier n,* P_n *est vraie c'est-à-dire que* $U_n > 0$.

.