

CONTROLE N°2 TRIMESTRE 2 DUREE 40 mn SA. CORRIGE LE 15/12/2022

Les douanes s'intéressent aux importations de smartphones de la marque Pineapple. Les saisies des douanes permettent d'estimer que :

- 30 % des smartphones Pineapple sont des contrefaçons ;
- 2 % des smartphones Pineapple non contrefaits présentent un défaut de conception ;
- 10 % des smartphones Pineapple contrefaits présentent un défaut de conception.

L'agence des fraudes commande au hasard sur un site internet un smartphones Pineapple. On considère les évènements suivants :

C : « le smartphone est contrefait » ;

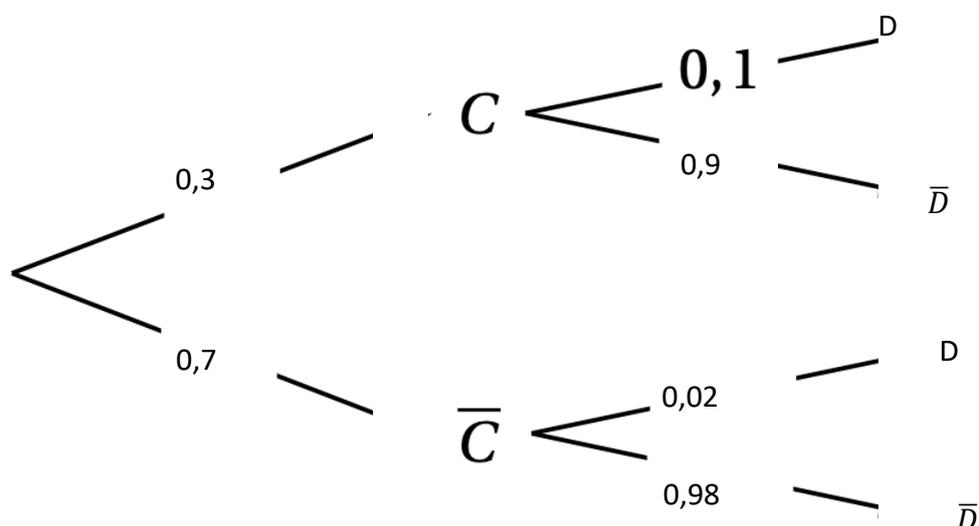
D : « le smartphones présente un défaut » ;

\bar{C} et \bar{D} désignent respectivement les évènements contraires de C et D .

Dans l'ensemble de l'exercice, les probabilités seront arrondies à 10^{-3} si nécessaire.

Partie 1

1. Compléter l'arbre pondéré correspondant à cette situation



2. Calculer $P(C \cap D)$

$$P(C \cap D) = P(C) \cdot P_C(D) = 0,3 \cdot 0,1 = 0,03$$

3. Démontrer que $P(D) = 0,044$.

C et \bar{C} forment une partition de l'univers.

D'après la formule des probabilités totales on a

$$P(D) = P(C \cap D) + P(\bar{C} \cap D) = P(C) \cdot P_C(D) + P(\bar{C}) \cdot P_{\bar{C}}(D) = 0,3 \cdot 0,1 + 0,7 \cdot 0,02 = 0,044$$

4. Le casque a un défaut. Quelle est la probabilité qu'il soit contrefait?

$$P_D(C) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = 0,682$$

Partie 2 : On commande 35 smartphones Pineapple . On assimile cette expérience à un tirage aléatoire avec remise. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de smartphones Pineapple ayant un défaut dans ce lot.

a. Pour justifier que X suit une loi binomiale **$B(35 ; 0,044)$** compléter le texte ci-dessous

On a une succession de **35** épreuves **indépendantes** (« un tirage aléatoire avec remise »)

et **identiques** avec **2** issues possibles, un **succès** , de probabilité

$p = 0.044$ (« smartphone ayant un défaut ») ou un échec (« smartphone sans défaut »),

de probabilité **$1 - p = 0.956$** ; . On a donc la répétition **35** fois d'une épreuve de

Bernoulli de paramètre **$p = 0.044$** , c'est un **schéma Bernoulli**

de paramètres **$n = 35$** et **$p = 0.044$**

On en déduit que X , la variable aléatoire associée à ce schéma de Bernoulli et qui donne le

nombre de **succès** , à savoir le nombre de **smartphone ayant un défaut** suit une loi **binomiale $B(35 ; 0,044)$**

b. Calculer la probabilité qu'il y ait parmi les smartphones commandés, exactement un smartphone présentant un défaut de conception.

$$P(X = 1) = \binom{35}{1} (0,044)^1 (1 - 0,044)^{34} \approx 0.333$$

c. Calculer

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) \approx 0.541 \text{ ou } 0.540 \text{ (car le résultat de la calculatrice donne } 0.5405)$$