

CONTRÔLE N°2 SPECIALITE MATHS TERMINALE DUREE :2H LE 16/11/20

Exercice 1

A- On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 4x^3 + 2x - 3$.

1°) Déterminer les limites de g en $+\infty$ et $-\infty$.

2°) Calculer la dérivée $g'(x)$ puis dresser le tableau de variation de g .

3°) Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution réelle x_0 dans \mathbb{R}

4°) A l'aide de la calculatrice donner un encadrement à 10^{-3} près de x_0 .

5°) Donner à l'aide d'un tableau le signe de $g(x)$ sur \mathbb{R} .

B- On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^4 + 2x^2 - 6x + 2$.

1°) Calculer la dérivée $f'(x)$ de f et montrer que $f'(x) = 2g(x)$.

2°) On admet que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Dresser le tableau de variation de f .

Exercice 2

A-Dans les questions suivantes **préciser si la réponse** proposée est vraie ou fausse et expliquer.

1 - $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2}{3x^2 - 6x} = \frac{2}{3}$

2 -

g est la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = \begin{cases} 2 + x & \text{si } x < -1 \\ x^2 - x & \text{si } x \geq -1 \end{cases}.$$

g est continue en -1 .

3 - Soit f la fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 7x + 6$.

L'équation réduite de la tangente à la courbe C au point d'abscisse -1 est $y = -4x + 6$.

4- On considère la suite $U_n = \sqrt{9 + \frac{1}{n}}$. On peut affirmer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 3$

B- Sans justification répondre par vrai ou faux

Voici le tableau de variation d'une fonction f définie sur l'ensemble $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$.

\mathcal{C} est la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
$f(x)$	2	-3	$+\infty$	0	$+\infty$

1 Affirmation : la droite d'équation $y = 2$ est asymptote à \mathcal{C} .

2 Affirmation : la droite d'équation $y = 1$ est asymptote à \mathcal{C} .

3 Affirmation : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$

4 Affirmation : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{f(x)} = +\infty$

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x - e^{-2x}$.

1°) a) Déterminer les limites de f en $+\infty$.

b) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2°) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $1 - e^{-2x} \geq 0$

b) Calculer $f'(x)$ puis à l'aide du a. donner le tableau de variation de f où figurera le signe de $f'(x)$.

3°) Déterminer l'équation réduite de la tangente T au point d'abscisse 1.

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur $[0; 9]$ par :

$$f(x) = 6 - \frac{5}{x+1}$$

1. Justifier que la fonction f est continue sur $[0; 9]$.

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq 9$.

b) On admet que la suite (u_n) est croissante, en déduire que la suite (u_n) est convergente vers ℓ .

c) Déterminer ℓ .