# CONTRÔLE N°2 SPECIALITE MATHS TERMINALE corrigé

## Exercice 1

### Partie A

1. **Limites en l'infini**

**En +∞**

$\lim\limits_{x \to +\infty} 4x^3 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} 2x - 3 = +\infty$

Soit finalement par somme $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

**En -∞**

**En +∞**

$\lim\limits_{x \to -\infty} 4x^3 = -\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} 2x - 3 = -\infty$

Soit finalement par somme $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$

2°) g est une fonction polynôme, elle est donc dérivable sur $\mathbb{R}$. g'( $x$ ) = $12x^2 + 2$
Comme $x^2 \geq 0$ pour tout réel $x$ alors g'> 0 sur R , on en déduiit le tableau de variation de g sur $\mathbb{R}$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| g'($x$ ) | | + | |
| g( $x$ ) | $-\infty$ | ↗ | $+\infty$ |

3°)
La fonction g est continue et strictement croissante de R à valeurs dans R qui contient 0, donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires relatif aux fonctions strictement monotones l'équation g( $x$ ) = 0 admet une unique solution α dans R.

4°) Comme g(0,728) ≈- 0.001 et que g(0,729) ≈ 0.001 on en déduit que 0,728<α<0,729

5°) On en déduit le signe de g sur R

| $x$ | $-\infty$ | | α | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| g( $x$ ) | | - | 0 | + | |

Partie B

1°) La fonction $f$ qui est une fonction polynôme est dérivable sur R

$f'(x) = 8x^3 + 4x - 6 = 2(4x^3 + 2x - 3) = 2g(x)$.

2°) On en déduit que $f'(x)$ est du signe de $g(x)$ sur R\{1} . On a donc le tableau de

variation de $f$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | - | 0 | + | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $f(\alpha)$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

$f(\alpha) \approx$

2°)Deux droites parallèles ayant le même coefficient directeur on doit donc résoudre l'équation $f'(x) = -6$ soit $8x^3 + 4x = 0$ qui équivaut à $x(8x^2+4) = 0$ . Comme $8x^2+4>0$ pour tout $x$ de R donc la seule solution est $x= 0$.

**Exercice 2**

A-.1 – a)**faux** car $\lim\limits_{x\to 1} \frac{-3}{6x+3} = -\frac{1}{3}$

b) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{x+1}{x^2-1} = -\frac{1}{2}$ Vrai car $\lim\limits_{x\to -1} \frac{1}{x-1} = -\frac{1}{2}$

c) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} \frac{2x+1}{x-2} = +\infty$ $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} 2x+1 = 5$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} x-2 = 0+$ par quotient

2 - **faux** car $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x>-1}} g(x) = 2$ et $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x<-1}} g(x) = 1$

$\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x>-1}} g(x) \neq \lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x<-1}} g(x)$ . g n'est pas continue en -1.

3 – **Faux** Soit f la fonction définie et dérivable sur R par $f(x) = x^3 - 7x + 6$ donc $f'(x) = 3x^2 - 7$ . L'équation réduite de la tangente à la courbe C au point d'abscisse -1 est $y = -4(x+1) + 12$ Soit $y= -4x + 8$ .

4- Vrai On peut affirmer que $\lim\limits_{n\to+\infty} Un = 3$ car $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{2^n} = \lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ car $-1<1/2 < 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{3^n} = \lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ car $-1<1/3 < 1$ donc par somme puis par quotient , on obtient le résultat.

B- 1 -V2-F3-V-4F

## Exercice 3

Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = 3x + e^x$

1°) a) $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} 3x = +\infty$ donc par somme $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

b) $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} 3x = -\infty$ donc par somme $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

2°) $f'(x) = 3 + e^x$ . Comme $e^x > 0$ pour tout réel $x$ alors $f' > 0$ sur R et on a le tableau de variation suivant :

| $x$ | $-\infty$          $+\infty$ |
|---|---|
| $f'(x)$ | + |
| f(x) | $-\infty$ ↗ $+\infty$ |

3°) Equation réduite de la tangente T au point d'abscisse 0 : $y = 4x + 1$

4°) Equation réduite de la tangente T au point d'abscisse 1 : $y = (e+3)\,x$

## Exercice 4

**1.** $f$ est une fonction rationnelle donc continue sur son ensemble de définition et donc sur [0 ; 9].

**2. a)** On montre facilement par récurrence l'encadrement.

**b)** La suite $(u_n)$ est croissante et majorée par 9, donc d'après le théorème des suites monotones, la suite $(u_n)$ converge vers $\ell \leqslant 9$.

**c)** La fonction $f$ est continue sur [0 ; 9] et la suite $(u_n)$ est convergente vers $\ell$, donc d'après le théorème du point fixe, $\ell$ vérifie l'équation

$f(x) = x \qquad x = \dfrac{5+\sqrt{29}}{2} \approx 5{,}19$ ou $x = \dfrac{5-\sqrt{29}}{2} \approx -0{,}19$.

On en déduit alors que $\ell = \dfrac{5+\sqrt{29}}{2}$.