CONTROLE DE MATHEMATIQUES. TERMINALE SPECIALITE DUREE 2 H

EXERCICE 1 (7 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

On considère deux droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques :

$$d_1 : \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3-t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = -5+2t' \\ y = -1+t' \\ z = 5 \end{cases}, t' \in \mathbb{R}.$$

On admet que les droites d_1 et d_2 sont non coplanaires.

1) Vérifier que le point $A(2\ ;\ 3\ ;\ 0)$ appartient à la droite d_1.

2) Donner un vecteur directeur $\overrightarrow{u_1}$ de la droite d_1 et un vecteur directeur $\overrightarrow{u_2}$ de la droite d_2.
Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ?

3) Vérifier que le vecteur $\vec{v}(1\ ;\ -2\ ;\ -3)$ est orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{u_2}$.

4) Soit P le plan passant par le point A, et dirigé par les vecteurs $\overrightarrow{u_1}$ et $\vec{v}$.
On étudie dans cette question l'intersection de la droite d_2 et du plan P.

a) Montrer qu'une équation cartésienne du plan P est : $5x + 4y - z - 22 = 0$.

b) Montrer que la droite d_2 coupe le plan P au point $B(3\ ;\ 3\ ;\ 5)$.

5) On considère maintenant la droite Δ dirigée par le vecteur $\vec{v}(1\ ;\ -2\ ;\ -3)$, et passant par le point $B(3\ ;\ 3\ ;\ 5)$.

a) Donner une représentation paramétrique de cette droite Δ.

b) Les droites d_1 et Δ sont-elles sécantes ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2 (7 points)

Dans un aéroport, les portiques de sécurité servent à détecter les objets métalliques que peuvent emporter les voyageurs.
On choisit au hasard un voyageur franchissant un portique.
On note :

- S l'événement « le voyageur fait sonner le portique » ;
- M l'événement « le voyageur porte un objet métallique ».

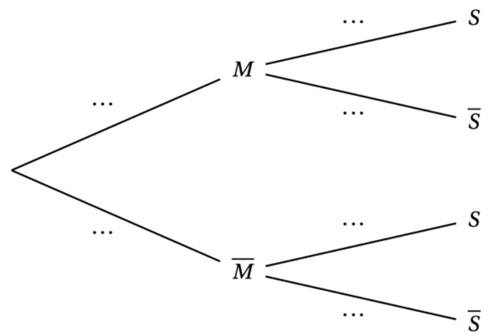
On considère qu'un voyageur sur 500 porte sur lui un objet métallique.

1. On admet que :

- Lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est égale à 0,98 ;
- Lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est aussi égale à 0,98.

a. À l'aide des données de l'énoncé, préciser les valeurs de $P(M)$, $P_M(S)$ et $P_{\overline{M}}(\overline{S})$.

b. compléter l'arbre pondéré ci-dessous illustrant cette situation.



c. Montrer que : $P(S) = 0{,}02192$.

d. En déduire la probabilité qu'un voyageur porte un objet métallique sachant qu'il a fait sonner le portique. (On arrondira le résultat à 10^{-3}.)

2. 80 personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0,02192.

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 80 personnes de ce groupe.

a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

c. En justifiant , donner la valeur arrondie à 10^{-3} de :

- la probabilité qu'au moins une personne du groupe fasse sonner le portique ;
- la probabilité qu'au maximum 5 personnes fassent sonner le portique.

d. donner la valeur du plus petit entier n tel que $P(X \leqslant n) \geqslant 0{,}9$.

à l'aide de la calculatrice .

<u>EXERCICE 3 (6 points</u>)

Les parties A, B et C sont indépendantes

A - Déterminer une primitive de la fonction f

1) $f(x) = 2x + 1$ 2) $f(x) = 10x^4 + 6x^3 - 1$

3) $f(x) = \dfrac{-4}{3x^5}$ 4) $f(x) = x + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

B-

Trouver **la** primitive F de f sur I vérifiant la condition donnée

$f(x) = 1 - x + x^2 - x^3$ I=$\mathbb{R}$ $F(1)=0$

C – Déterminer les primitives de f sur R+

$$f(x) = \frac{6}{(2x+1)^2}$$