CONTROLE DE MATHEMATIQUES N°1 : TS LE 12/10/18 DUREE 2H
LE SUJET EST A REMETTRE AVEC LA COPIE

Exercice 1 (6 points)
Partie A
Résoudre dans R les équations et inéquations suivantes :

1°) $x^2 + 6x - 7 = 0$
2°) $x^2 + x + 4 > 0$
3°) $-3x^2 - 2x + 1 \geq 0$

Partie B
Résoudre dans R :

$$\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 6x - 7} < 0$$

Exercice 2 (8 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle I = [0 ; 3] par $f(x) = \frac{4x+3}{x+2}$

On définit pour tout entier naturel n la suite (U_n) par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

1°) a) Dresser le tableau de variation de f puis en déduire que $f(x) \in I$.
b) Sur le graphique donné en annexe, placer les points A_0, A_1 ,A_2 ,A_3 , d'ordonnée nulle et d'abscisses respectives U_0, U_1 ,U_2 ,U_3 .
D'après le graphique quel semble être le sens de variation de la suite et que peut-on dire à propos de la convergence de (U_n) ?
2°) a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $U_n \in I$.

b) Etablir la relation $U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n+1)(3-U_n)}{U_n+2}$ et en déduire le sens de variation de (U_n) .

3°) On considère la suite (V_n) définie sur N par $V_n = \frac{U_n-3}{U_n+1}$

a) Calculer V_0, V_1 et V_2.
b) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme. En déduire l'expression de V_n en fonction de n.
c) Montrer que $U_n = \frac{V_n+3}{1-V_n}$ puis exprimer U_n en fonction de n.
d) En déduire la limite de la suite (U_n).

Exercice 3(6 points)

1°) Déterminer $\lim_{n\to+\infty} 5^n - 4^n$

2°) Déterminer la limite de la suite $U_n = 3\cos n - 2n + 6$. (on pensera à d'abord encadrer U_n)

3°) On considère la suite (U_n) , une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$ et de premier terme $U_0 = 4$.

a) Exprimer U_n en fonction de n puis déterminer $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

b) Soit $S_n = U_0 + ... + U_n$. Montrer que $S_n = 6(1 - (\frac{1}{3})^n)$. En déduire $\lim_{n\to+\infty} S_n$.

ANNEXE