CONTROLE DE MATHEMATIQUES N°1 : TS LE 15/10/19 DUREE 2H

Exercice 1 (5 points)

Partie A

Résoudre dans R les équations et inéquations suivantes :

1°) $x^2 + 2x - 3 = 0$ 2°) $-2x^2 + 3x - 1 \geq 0$

Partie B

Résoudre dans R :

$$\frac{-5x^2 + 6x + 8}{x^2 + 2x - 3} > 0$$

Exercice 2 (6 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle I = [0 ; 5] par $f(x) = \dfrac{7x + 10}{x + 4}$.

On définit pour tout entier naturel n, la suite (U_n) par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

1°) La courbe de f est représentée sur la feuille donnée en annexe.

A l'aide de la courbe placer **graphiquement** les 4 premiers termes de (U_n) (sans en calculer la valeur).

Que suggère le graphique sur la convergence et le comportement de la suite (U_n) ?

2°) a) Donner le tableau de variations de f(x) sur I .

On admet que pour tout entier naturel n , $0 \leq U_n < 5$.

b) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $U_n \leq U_{n+1}$.

c) Que peut-on en déduire quant au comportement de la suite ?

Démontrer alors que la suite (U_n) est convergente.(On ne demande pas de calculer sa limite ici)

3°) On considère la suite (V_n) définie sur N par $V_n = \dfrac{U_n + 2}{U_n - 5}$

a) Montrer que la suite (V_n) est géométrique. En déduire l'expression de V_n en fonction de n.
b) Exprimer alors U_n en fonction de V_n puis de n.
c) En déduire la convergence de la suite (U_n) et sa limite ℓ.

Exercice 3(5 points)

*D*éterminer dans chaque cas la limite de la suite (U n) :

1- $U_n = n^3 - 3n^2 + 2$

2- $U_n = \dfrac{5^{n+2} - 4^{n-1}}{2^n + 3 \times 5^n}$

3 - $U_n = \dfrac{n^2 + 5n\cos(n) - 4}{n+2}$

4- $U_n = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \ldots + (\frac{1}{5})^n$

5- Soit $U_n = \dfrac{3 - \sqrt{n}}{4n+5}$

<u>Exercice 4(4 points)</u>

1°)

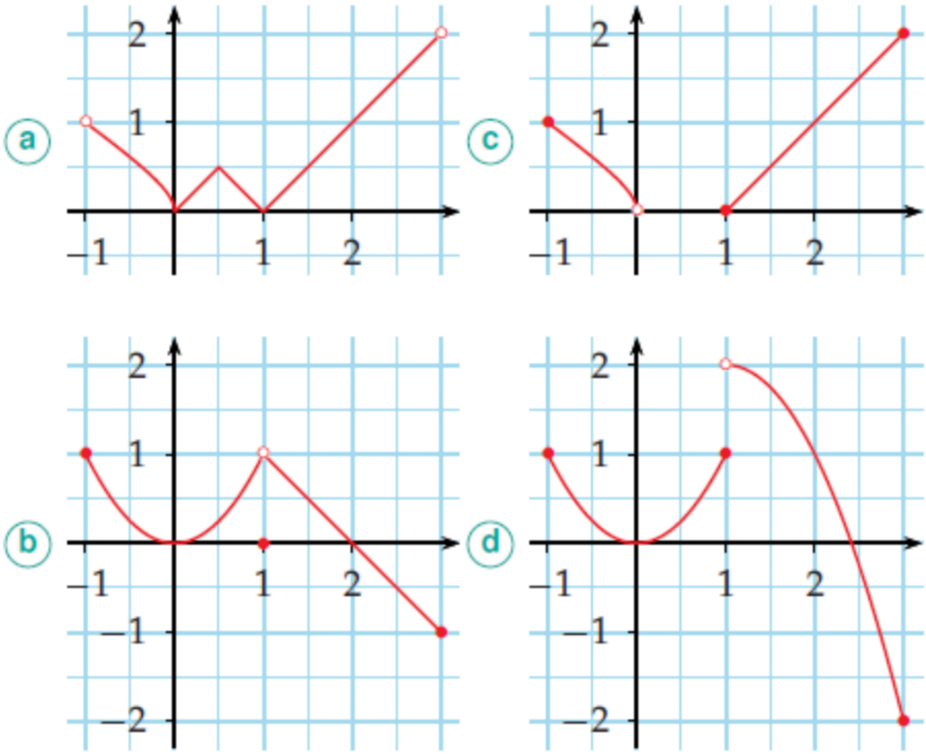
Soit f la fonction réelle à valeurs réelles définie par

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 1 \\ x^2 & \text{si } 1 \leqslant x \leqslant 4 \\ 8\sqrt{x} & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

La fonction f est-elle continue sur R ?

2°) Dire ,sans justifier, dans chaque cas, si la fonction est continue ou non sur]-1 ; 1[et sur [0 ; 2]

.



ANNEXE