

CORRIGE DU CONTROLE N°1. BTS1.Le 03/10/08.

EXERCICE 1

Première partie

1°) Le discriminant du trinôme G est $\Delta = 1$. Il a deux solutions 1 et 3/2. On en déduit le signe de G(x) sur R :

x	$-\infty$	1	3/2	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-	0

d'où $G(x) > 0$ si $x \in]-\infty ; 1[\cup] 3/2 ; +\infty[$. **S =]-\infty ; 1[U] 3/2 ; +\infty[.**

2°) a) $P(3) = (3)^3 - (3)^2 - 5(3) - 3 = 27 - 9 - 15 - 3 = 0$.

$P(3) = 0$ donc il existe un polynôme Q de degré 2 tel que

$P(x) = (x - 3)Q(x) = (x - 3)(ax^2 + bx + c)$.

Soit $P(x) = ax^3 + (b - 3a)x^2 + (c - 3b)x - 3c$. Par identification on obtient :

$$\begin{cases} a = 1 \\ b - 3a = -1 \\ c - 3b = -5 \\ -3c = -3 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases} \text{ ce qui donne : } P(x) = (x - 3)(x^2 + 2x + 1) = (x - 3)(x + 1)^2$$

b) On en déduit que $P(x) = 0$ équivaut à $x - 3 = 0$ ou $(x + 1)^2 = 0$ donc

L'ensemble des solutions de l'équation $P(x) = 0$ est

S = { -1 ; 3 }

Deuxième partie

1°) $\ln(x - 1)$ est défini si $x - 1 > 0$ c'est-à-dire si $x > 1$ soit x dans E.

2°) a) $\ln(x - 1) = \ln 3$ avec x dans E équivaut à avec $x - 1 = 3$; **S = { 4 }**

b) $\ln(x - 1) = 3$ avec x dans E équivaut à $\ln(x - 1) = \ln e^3$ avec x dans E soit à avec $x - 1 = e^3$, **S = { 1 + e^3 }**

3°) a) $\ln(x - 1)$ est défini si $x - 1 > 0$ c'est-à-dire si $x > 1$
 $\ln(2x - 1)$ est défini si $2x - 1 > 0$ c'est-à-dire si $x > 1/2$
 $\ln(2x - 2)$ est défini si $2x - 2 > 0$ c'est-à-dire si $x > 1$ } donc les trois expressions sont définies pour x dans E.

b) $\ln(x - 1) + \ln(2x - 1) = \ln(2x - 2)$ avec x dans E équivaut à

$\ln[(x - 1)(2x - 1)] = \ln(2x - 2)$ avec x dans E

soit encore $2x^2 - 3x + 1 = 2x - 2$ avec x dans E c'est-à-dire $2x^2 - 5x + 3 = 0$. D'après la première partie 1 et 3/2 sont les deux solutions, cependant ici x dans E et 1 n'appartient pas à E donc **S = { 3/2 }**

EXERCICE 2

A) 1°) $\ln x \geq 0$ équivaut à $x \geq 1$. **S = [1 ; +∞[**

2°)

x	0	1	$+\infty$
$\ln x$	-	0	+

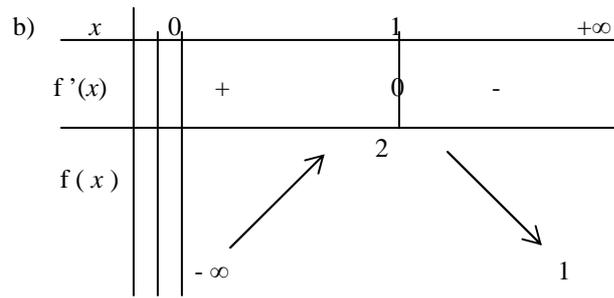
B) 1°) a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ car $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1/x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x/x = 0$

la droite d'équation $y = 1$ est asymptote horizontale à la courbe au voisinage de $+\infty$.

b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ car $\lim_{x \rightarrow 0} 1/x = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \ln x) = -\infty$
 $x > 0$ $x > 0$ $x > 0$

2°) a) $f'(x) = -(\ln x) / (x)^2$

Comme $x^2 > 0$ alors $f'(x)$ est du signe de $-\ln x$.



3°) a) $S = \{1/e\}$

b) $S =]1/e ; +\infty [$; on en déduit que C est au - dessus de D sur $]1/e ; +\infty [$ et en - dessous sur $]0 ; 1/e[$.