TRAVAUX DIRIGES N°1 .BTS .

CALCULS NUMERIQUES

1.Equations, inéquations du premier degré :

- Résoudre les équations suivantes dans R :

a) $6x - 3 = -4x + 7 + 20x$

b) $\dfrac{4x + 3}{5} - \dfrac{9x - 2}{10} = 6 - \dfrac{4 + 3x}{2}$

c) $\dfrac{5x - 4}{3} - \left(2x - \dfrac{3x - 3}{9}\right) = 8.$

- Déterminer en fonction du réel x le signe des expressions suivantes :
  $x - 1$; $x + 3$; $2x + 1$; $-4x + 5$; $3 - x$; $-3x + 1$; $-4x - 3$.
- Résoudre dans |R les inéquations suivantes :
  $x + 4 \geq 0$; $4x - 3 > 0$; $6 - 2x < 0$; $\dfrac{9x - 2}{3} \geq \dfrac{6x - 4}{2}$; $\dfrac{5x + 2}{5} < \dfrac{x + 3}{2}$

2.Produit de facteurs du premier degré. Résolution d'équations ,d'inéquations

- Résoudre dans |R les équations suivantes :
  a) $(5x - 2)(-x + 1) = 0$ b) $(2x + 1)(4x - 9)(x + 2) = 0$.
- Donner grâce à un tableau le signe en fonction du réel x des expressions suivantes :

c) $Q(x) = (x - 2)(2x + 3)$ d) $P(x) = (4x - 6)(5 - x)$. e) $H(x) = \dfrac{x - 4}{2x + 5}$

- Résoudre dans |R : $Q(x) > 0$; $P(x) < 0$; $H(x) \leq 0$; $H(x) \geq 2$;

3. Les identités remarquables . Développement, factorisation, radicaux.

- Développer les expressions suivantes :
  a) $M = (x^4 + x^2 - 3)(x + 5)$ b) $P = (x^3 - 4)^2$ c) $Q = (x + 1)^3$ d) $R = (3x - 2)(3x + 2)$
- Factoriser les expressions suivantes :
  $A = (\sqrt{2} + 1)x - \sqrt{2} - 1$; $B = (x - 3)(2x - 4) - (x - 3)^2$;
  $B = 9x^2 + 6x + 1$; $C = x^2 - 1$; $D = 16x^2 - 16x + 4$; $E = 16x^2 - 9$. ; $F = x^3 - 1$.
- Simplifier les écritures des nombres donnés
  $\sqrt{8}$; $\sqrt{9 + 16}$; $\sqrt{49}$; $\sqrt{27} + \sqrt{15} - \sqrt{12}$; $\sqrt{(-10)^2} =$.

4 .Valeurs absolues.

Compléter : a) $|x - 2| =$ si ...... b) $\sqrt{(x + 5)^2} =$ si ......

- Résoudre dans |R : a) $|2x - 3| = 4$; b) $|3x + 1| = |x - 3|$
- Résoudre dans |R : $|x| \leq 3$; $|x - 1| > 2$.

LE SECOND DEGRE

I)Equations

Exercice 1 :Résoudre dans |R les équations suivantes :

1)$2x^2 + 3x + 1 = 0$ 2) $x^2 + 5x - 1 = 0$ 3) $2x^2 + x + 1 = 0$ 4) $2x^2 + 5 = 0$ 5) $5x^2 - 3x = 0$ 6) $x^2 - 1 = 0$ 7) $16x^2 + 40x + 25 = 0$.

Exercice 2 : Ecrire f(x) ,lorsque cela est possible ,sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré :

1) $f(x)= x^2 + 4$ 2) $f(x)= 5x^2 - 4x + \frac{4}{5}$ 3) $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ 4) $f(x) = 2x^2 + x - 4$.

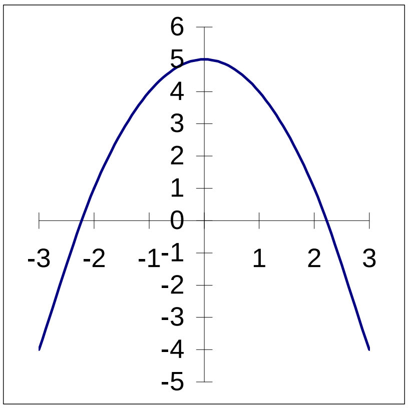
II)Représentation et lecture graphiques.

Exercice 3 : Le plan est rapporté à un repère orthogonal (O ; i, j).

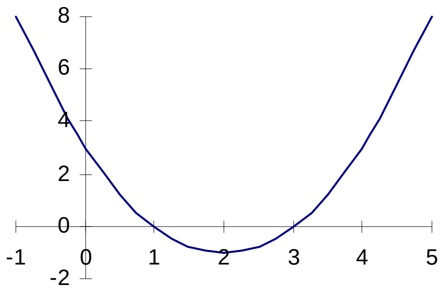
1°)Déterminer les coordonnées du sommet S de la parabole P d'équation $y= 2x^2 + 4x - 1$ dans (O ; i, j) puis tracer P.

2°) Même exercice avec :a) $y = -3x^2 + 3$ b) $y = x^2 + x - 2$ c) $y = -¼ x^2 + x$.

Exercice 4 : Déterminer l'équation des paraboles suivantes dans le repère (O ; i, j).

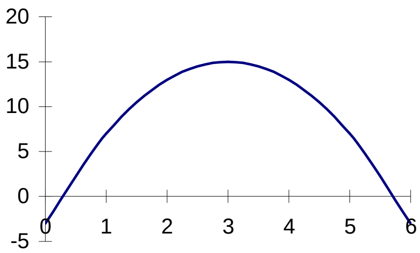


P1

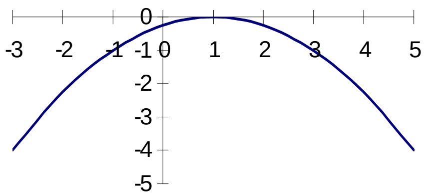


P2

P3



P4



III) Inéquations du second degré. Interprétation graphique.

Exercice 5

1°) Tracer la parabole P d'équation $y = f(x)$ où $f(x) = x^2 + 4x + 3$.

2°) Déterminer par le calcul les coordonnées de ses points d'intersection avec les axes de coordonnées.

3°) A l'aide du graphique résoudre f(x)>0 puis vérifier algébriquement le résultat obtenu .

Exercice 6 :

Résoudre chacune des inéquations suivantes :

a)$x^2 - 4x + 3 \geq 0$ b) $-x^2 + 2x + 3 < 0$ c) $-5x^2 + 4x - 12 > 0$

d) $x^2 + 3x + 5 \leq 0$ e) $(x^2 + x - 2)(-x^2 + 3x - 2) \leq 0$

f) $\dfrac{x^2 - 4x + 5}{x^2 - 4} > 0$.

Exercice 7

Un désigner doit fabriquer un jouet en plastique en forme de bonbon. Pour que la forme soit la plus régulière possible il utilise deux fonctions trinômes. On se place dans un repère orthonormal (O ;i, j) .

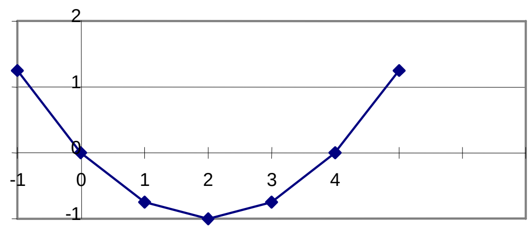
1°) On considère la parabole P représentée ci-contre :

a)Déterminer graphiquement les coordonnées du sommet S de P dans le repère (O, i, j) ;

b)Déterminer alors une équation de P dans le repère (S, i, j) puis dans le repère (O, i, j),de la forme y=f(x).

2°) Soit P' la courbe du trinôme $g(x)= -¼ x^2 + x$. Déterminer les coordonnées du sommet S' de P' dans le repère (O, i, j).

3°) Construire P'et P dans un repère orthonormal (O, i, j) d'unité 2cm.



POLYNOMES

Exercice 0

Dans cet exercice le polynôme Q n'est pas à déterminer.

1°) P(x)= x^3 - x^2 + 19x - 19 ; calculer P(1) puis compléter P(x)= (............)Q(x).
2°) P(x)= 4x^3 + x^2 - 11x + 6 ; calculer P(-2) puis compléter P(x)= (............)Q(x).
3°) P(x)= 2x^3 + x^2 - 2x - 1 ; calculer P(½) puis compléter P(x)= (............)Q(x).
4°) P(x)= 3x^3 + x^2 + 5x + 9 ; calculer P(-1) puis compléter P(x)= (............)Q(x).

Exercice 1

Soit P la fonction polynôme définie par P(x)= 3x^3 - x^2 - 9x -2.
1°) Calculer P(2).
2°) Donner une factorisation de P(x).
3°) Résoudre P(x)=0.

Exercice 2

Même exercice que l'exercice 1 avec G(x)= x^3 - x^2 - 3x +2

Exercice 3

Factoriser le polynôme f(x)= x^3 - 4x + 15 sachant que f(-3)=0.

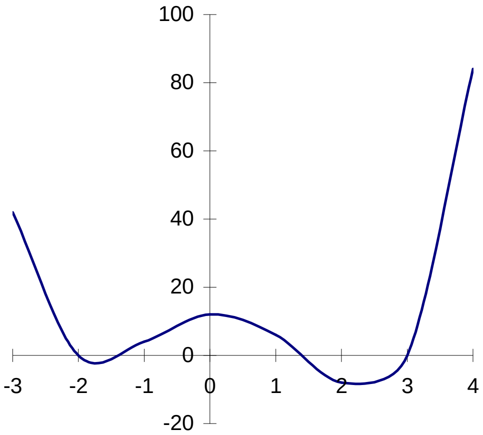
Exercice 4

Soit P le polynôme défini sur |R par P(x)= -2x^3 + 9x^2 - 9x + 2
1°)Calculer P(1) ;
2°) Donner une factorisation de P(x).
3°)a)Résoudre l'équation P(x)=0.
b) Résoudre l'inéquation P(x)>0.

Exercice 5

Soit H le polynôme défini sur |R par H(x)= 4x^4 - 3x^2 - 1 .
1°)Calculer H(1) ;
2°) En déduire que H(x)=(x - 1) où Q(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d .Déterminer a, b ,c et d.
3°) Calculer Q(-1) ;en déduire une factorisation de Q(x).
b) Résoudre alors l'inéquation P(x)≤0.

Exercice 6



Soit le polynôme P(x)= x^4 - x^3 - 8x^2 + 2x + 12 et C la courbe ci dessus d'équation y = P(x).

1°)Déterminer graphiquement le nombre de racines du polynôme P .

2°)Toujours en vous aidant du graphique donner les racines entières de P.

3°) Montrer que P(x)=(x - 3)(x + 2)(x^2 - 2) .